

# 非一様宇宙における 膨張への反作用

葛西 真寿

弘前大学 理工学部

2005年9月20-21日

東北大学21世紀COE「物質階層融合科学の構築」  
素粒子・天文合同研究会「初期宇宙の解明と新たな自然像」

**今なぜ**

**backreaction**

**of nonlinear**

**inhomogeneities ?**

**Accelerating Universe  
due to backreaction?**

**05-08**

## **PRESS RELEASE**

**March 16, 2005**

### **Italian, US cosmologists present alternate explanation for accelerating expansion of the universe: Was Einstein right when he said he was wrong?**

Why is the universe expanding at an accelerating rate, spreading its contents over ever greater dimensions of space? An original solution to this puzzle, certainly the most fascinating question in modern cosmology, was put forward by four theoretical physicists, Edward W. Kolb of the U.S. Department of Energy's Fermi National Accelerator Laboratory, Chicago (USA); Sabino Matarrese of the University of Padova; Alessio Notari from McGill University (Canada); and Antonio Riotto of INFN (Istituto Nazionale di Fisica Nucleare) of Padova (Italy). Their study was submitted yesterday to the journal Physical Review Letters.



**Einstein eq.を  
解かなくてもいいのなら  
何でも言える...**



**Kolb et al.に対する**

**詳細な反論**



# ツメが甘い点

- **averaging**
- **nonlinear backreaction**
- **gauge issue**

**averagingと  
backreactionの  
権威と言えは...**

- **T. Futamase, PRL (1988)**
- **T. Futamase, MNRAS (1989)**
- **T. Futamase, PTP (1993)**
- **T. Futamase, PR D (1996)**
- ...



**世の混乱を鎮めるため(?)**  
**backreaction論文の**  
**決定版を書こう!**

**(1)**

**backreaction**

**とは？**

**現実の宇宙は  
いたるところ  
非一様である**

**じゃ、なぜ  
宇宙は一様等方  
Friedmann  
でいいのか？**

**根拠のない**

**暗黙の了解**



**局所的には物質分布は**

**非一様だが**

**平均的には**

**Friedmannでよいだろう**

局所的には物質分布は

非一様だが

平均的には

Friedmannでよいだろう

**平均的**

**Friedmann宇宙**

**とは？**

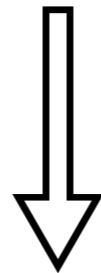
“平均密度”

“scale factor”

$$\rho_b = \langle \rho \rangle$$

$$\frac{\dot{a}}{a} \equiv \frac{1}{3} \langle \theta \rangle$$

# Einstein方程式の平均化



$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_b + \Delta_X$$

# back reaction



$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_b + \boxed{\Delta_X}$$

$$\Delta_X = 0 \quad \text{なら...}$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_b$$

**宇宙はdustの平均密度だけで  
膨張則が決まるFriedmann**

しかし

**Einstein方程式の非線形性**

**により、一般には...**



$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_b + \Delta_X$$

**effectiveにdust以外の  
エネルギーが膨張則に寄与して  
いるようにみえる**

これが

**back reaction**

**(2)**

**本当に**

**加速させるのか？**

# comoving synchronous gauge では...

M. Kasai, Phys. Rev. D 52, 5605 (1995)

The metric:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[ \left( 1 + \frac{20}{9} \Psi(\boldsymbol{x}) \right) \delta_{ij} + 2a(t) \Psi_{,ij} \right] dx^i dx^j$$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

The averaged Einstein eq.:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_b - \frac{1}{3a^2} \left\langle \frac{100}{81} \Psi^{,i} \Psi_{,i} \right\rangle < \frac{8\pi G}{3} \rho_b$$

**back reactionで  
膨張速度は小さくなる**

# 注意

**減速**させるわけではない

加速度を変化させるかどうか

は  $\ddot{a}$  を調べる

# Newtonian gauge では...

T. Futamase, Phys. Rev. Lett. D 61, 2175 (1988)

T. Futamase, Phys. Rev. D 53, 681 (1996)

The metric:

$$ds^2 = -(1 + 2\phi(\mathbf{x}))dt^2 + a^2(t)(1 - 2\phi(\mathbf{x}))\delta_{ij} dx^i dx^j$$



—

$$- \quad - \quad - \quad - \quad - \quad > \frac{8\pi G}{3} \langle\langle \rho \rangle\rangle$$

**back reactionで**  
**宇宙膨張はspeed up?**

**back reaction**によって

一方で

膨張速度は**小さくなる**と言い

他方では

宇宙膨張は**speed up?**

いったい

どっち？

**平均化の違い？**

**それとも**

**gaugeの違い？**

**(3)**

**きつちり**

**明らかにしよう**

\_\_\_\_\_

# The Einstein equation

$${}^{(3)}R + \left(K^i_i\right)^2 - K^i_j K^j_i = 16\pi G E$$

$$K^j_{j|i} - K^j_{i|j} = 8\pi G J_i$$

$$\dot{K}^i_i + N K^i_j K^j_i - N^{|i}_{|i} = -4\pi G (E + S)$$

$$E = T_{\mu\nu} n^\mu n^\nu, \quad J_i = -T_{\mu i} n^\mu, \quad S = T_{ij} \gamma^{ij}$$



## 3-dim. volume $V$

$$V = \int_D \sqrt{\gamma} d^3x, \quad \gamma = \det(\gamma_{ij})$$

## The scale factor $a(t)$

$$3 \frac{\dot{a}}{a} \equiv \frac{\dot{V}}{V}$$

# The averaging procedure

$$\langle A \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_D A \sqrt{\gamma} d^3 x$$



$$3 \frac{\dot{a}}{a} = \langle N K^i_i \rangle$$

**The deviation** from a uniform Hubble flow

$$V^i_j \equiv K^i_j - \frac{\dot{a}}{a} \delta^i_j$$

—

————

—

—

—

————

—

—



$$- \quad - \quad - \quad > \langle T_{00} \rangle$$

**backreaction は + (プラス) の寄与?**

**その前に...**

# dust の平均エネルギー密度 $\bar{\rho}$

$$\dot{\bar{\rho}} + 3\frac{\dot{a}}{a}\bar{\rho} = 0$$

非線形項を考慮しても、きちんと dust としてふるまう**平均密度**が定義されて初めて backreaction の議論ができる。

## 平均密度とは...

$$\bar{\rho} \equiv \langle T_{00} + \rho_b a^2 v^2 \rangle + \frac{1}{4\pi G a^2} \langle \phi_{,i} \phi_{,i} \rangle$$

この形の  $\bar{\rho}$  のみが以下をみたす：

$$\dot{\bar{\rho}} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \bar{\rho} = 0$$



—

————

————

—

■ ————

**結果のまとめ**

---

---

---

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \bar{\rho}$$

- **backreaction** は宇宙膨張を加速も減速もさせない。  $\ddot{a}/a$  を決めるのは  $\bar{\rho}$  のみ。

$$< \frac{8\pi G}{3} \bar{\rho}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \bar{\rho}$$

- **backreaction** は  $\dot{a}/a$  を小さくする。

$$- \frac{1}{9a^2} \langle \phi_{,i} \phi_{,i} \rangle$$

- **backreaction は正曲率項としてふるまう。**

$$\left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho_b$$

# さらに...

- 別のgauge (comoving synchronous) での結論とも一致
- 平均の定義にもよらない

# No-Go Theorem

**非一様性の反作用によって  
宇宙は加速膨張など  
しないのだ！**

**終**

**[kasai@phys.hirosaki-u.ac.jp](mailto:kasai@phys.hirosaki-u.ac.jp)**