

# 原始ブラックホールと重力波

須山輝明 (東大RESCEU)

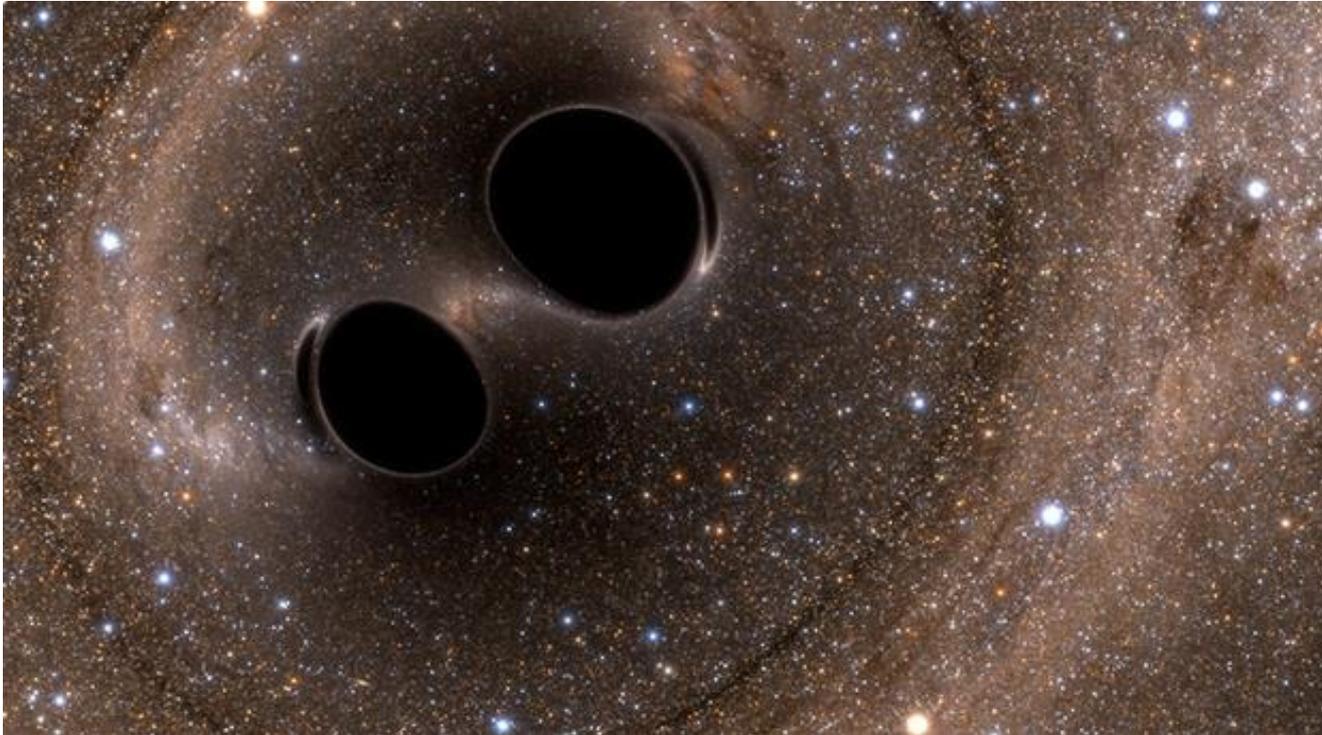
# 2015年9月(2016年2月公表) ついに重力波が検出された



21世紀最大級の科学的成果

# ブラックホールも発見された！！

(個人的にはこちらの方に驚いた)



捉えた重力波は、2つのブラックホールの  
合体過程から発生したもの

これまで不可知であったBH連星が実在  
することが明らかになった

宇宙を観る新しい窓が開かれた

色々新しいことが分かってくるはず  
(重力波天文学の黄金時代)

初期宇宙にできた原始ブラックホール  
かもしれない

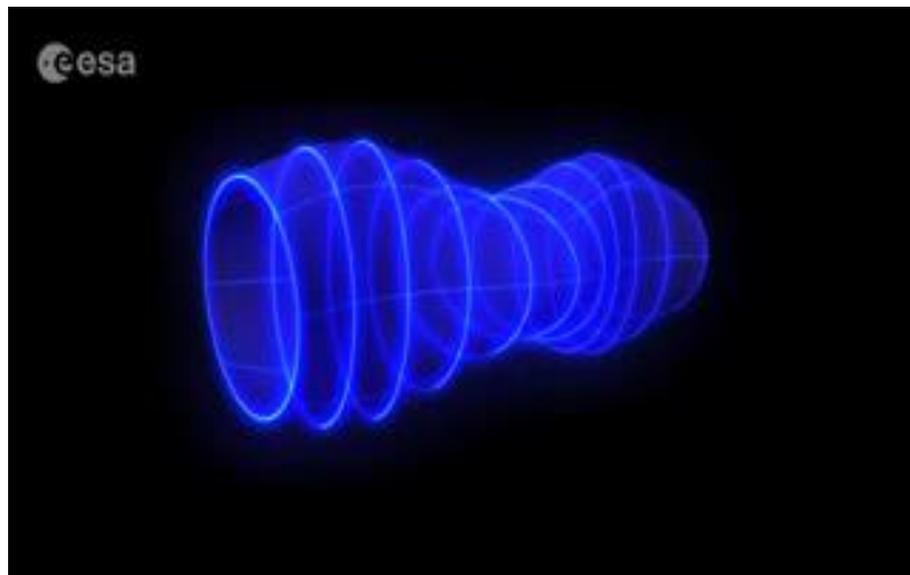
重力波で初期宇宙のことにも迫れる

# 重力波とは？

時空の伸び縮みが波として伝播

光速で伝播、2自由度の横波

一般相対論の予言(1916年)



波数 $k$ で $z$ 方向に進む重力波

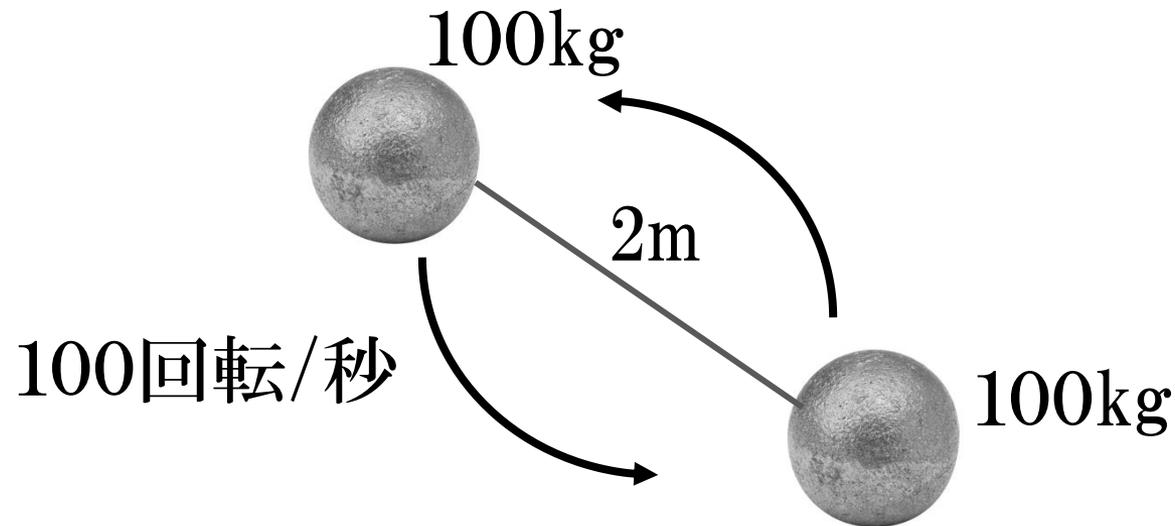
$$ds^2 = -dt^2 + (\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j$$

$$h_{ij} = \begin{pmatrix} h_+ & h_\times & 0 \\ h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} e^{i(kz - \omega t)} \quad \omega^2 = c^2 k^2$$

重力波がくると物体間の距離が伸び縮みする

重力波は加速運動するどんな物体からも放射される

重いほど、速いほど、大きな重力波が出てくる

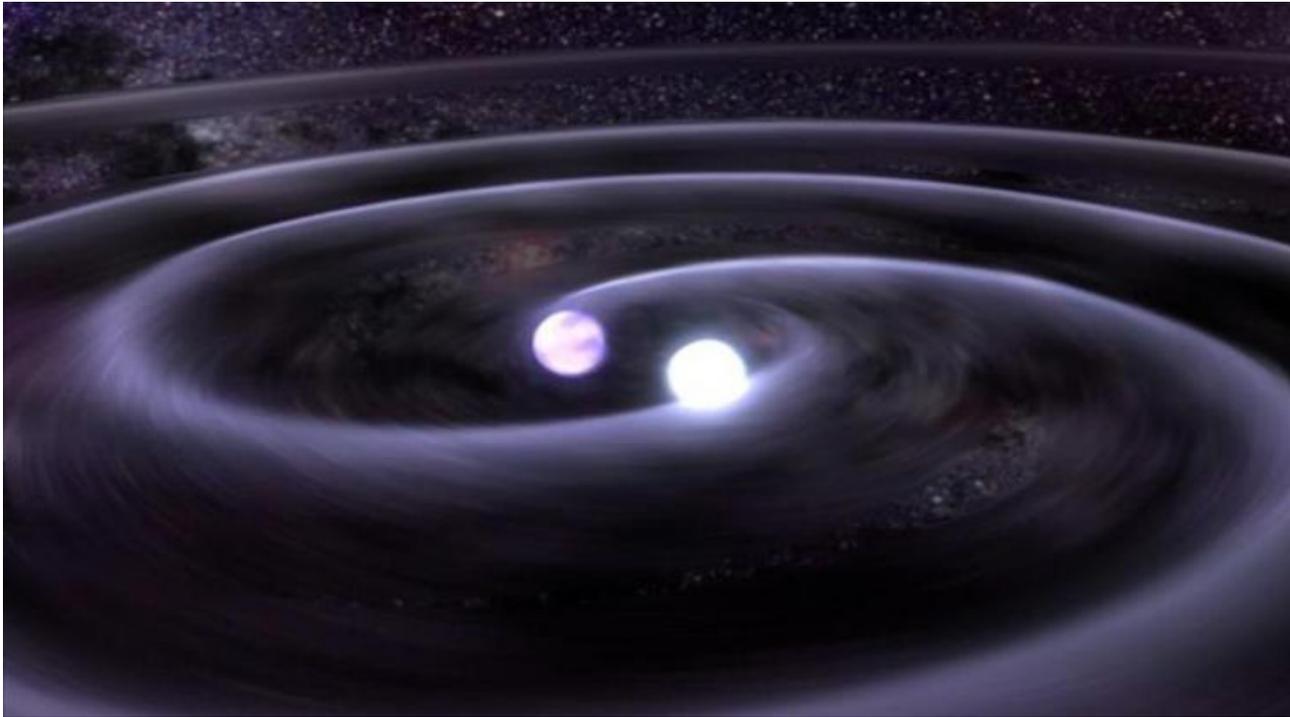


$$\text{伸縮率} = 10^{-43}$$

實際上、地上では重力波は発生しない

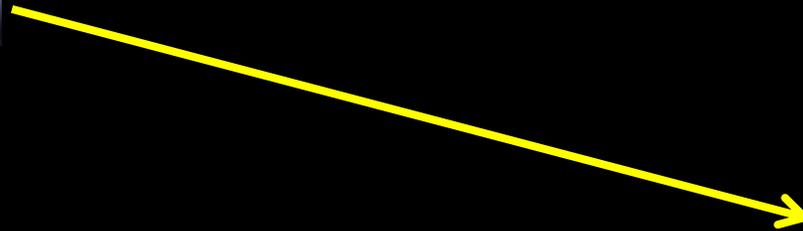
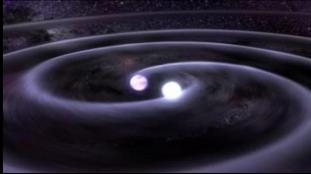
# 天体からの重力波

星( $10^{30}$  kg)が光速(30万km/秒)で周ると、たくさん重力波が出る!!



伸縮率は、1に近い!!

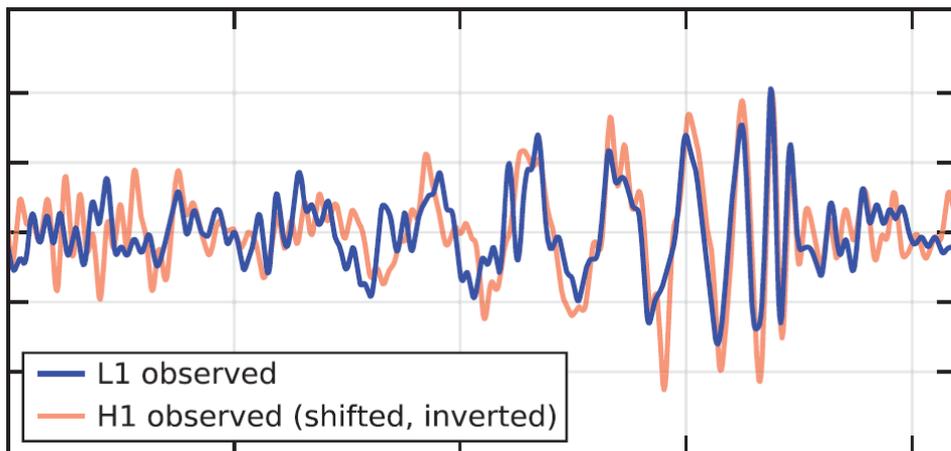
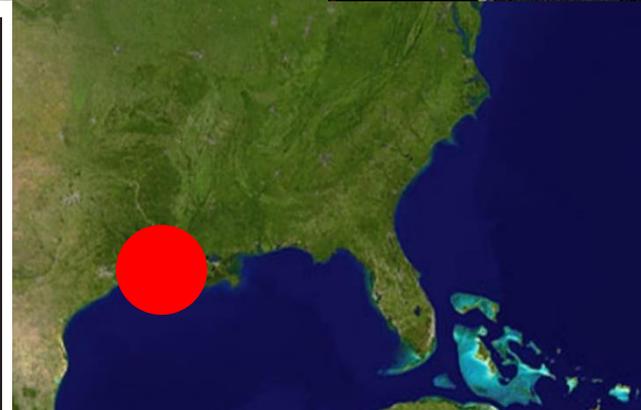
# 重力波の大きさは距離に反比例して小さくなる

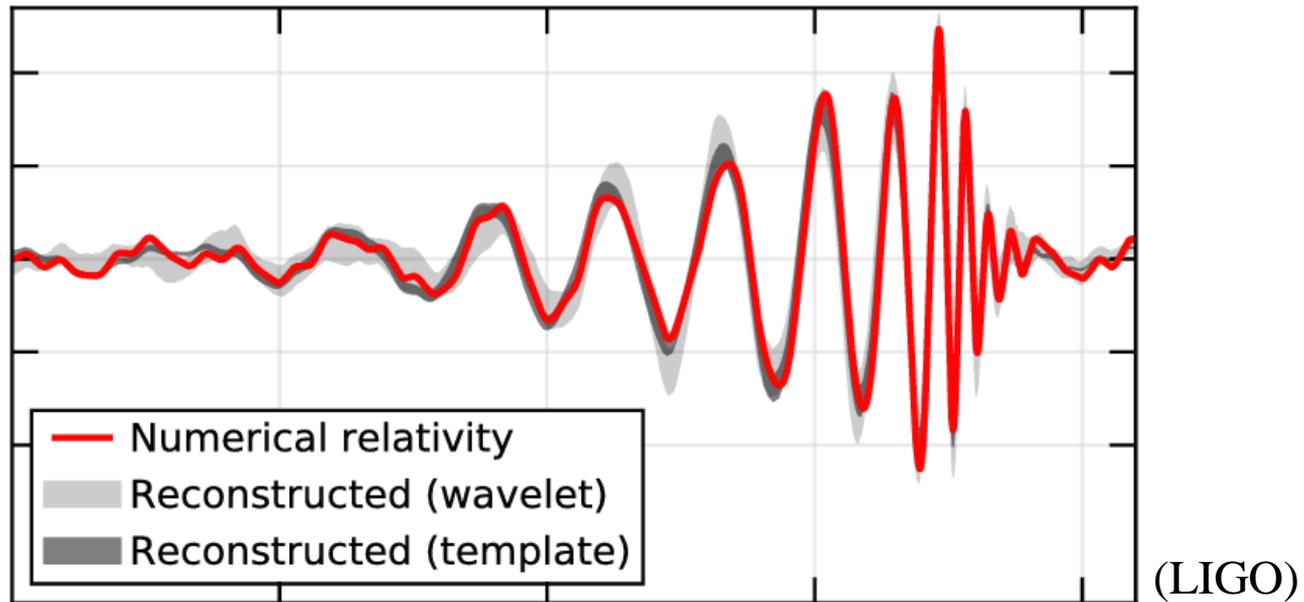


地球に届く重力波の伸縮率  $\sim \frac{\text{重力半径}}{\text{距離}} \sim 10^{-22}$

この値も非常に小さいが、技術進歩で検出可能になった

# LIGO(レーザー干渉計)は、この伸縮率をとらえた





重力波の波形の観測と理論予測との比較から、  
ブラックホール情報が引き出せる (GW150914).

BH質量:  $36 M_{\odot}$ ,  $29 M_{\odot}$

波源の宇宙赤方偏移: 0.09

合体イベント率:  $2-53(0.6-12) / \text{Gpc}^3 / \text{yr}$

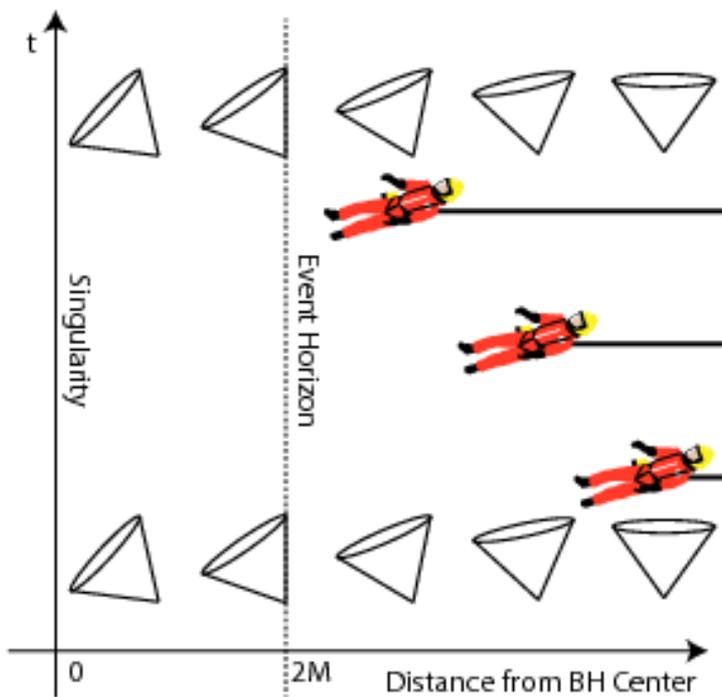
# ブラックホール

アインシュタイン方程式の解

回転なしのBH(シュバルツシルトBH)



$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{r}} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$



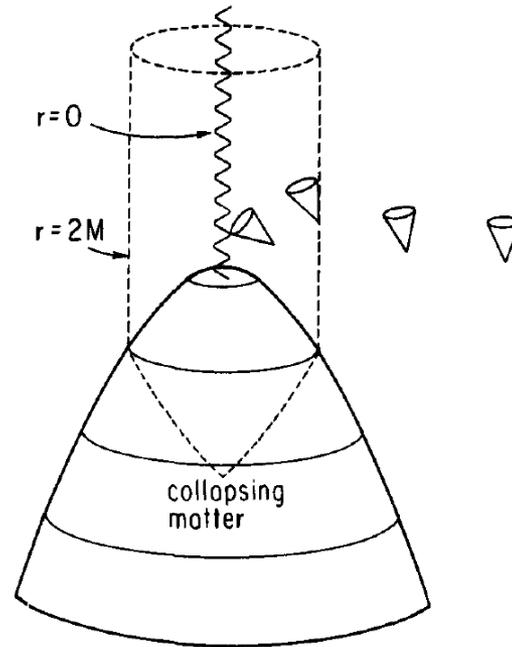
BHの大きさ

$$r_g = 2GM \approx 3km \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)$$

理論的にはすでに1916年に  
予言されていた

# ブラックホールの形成

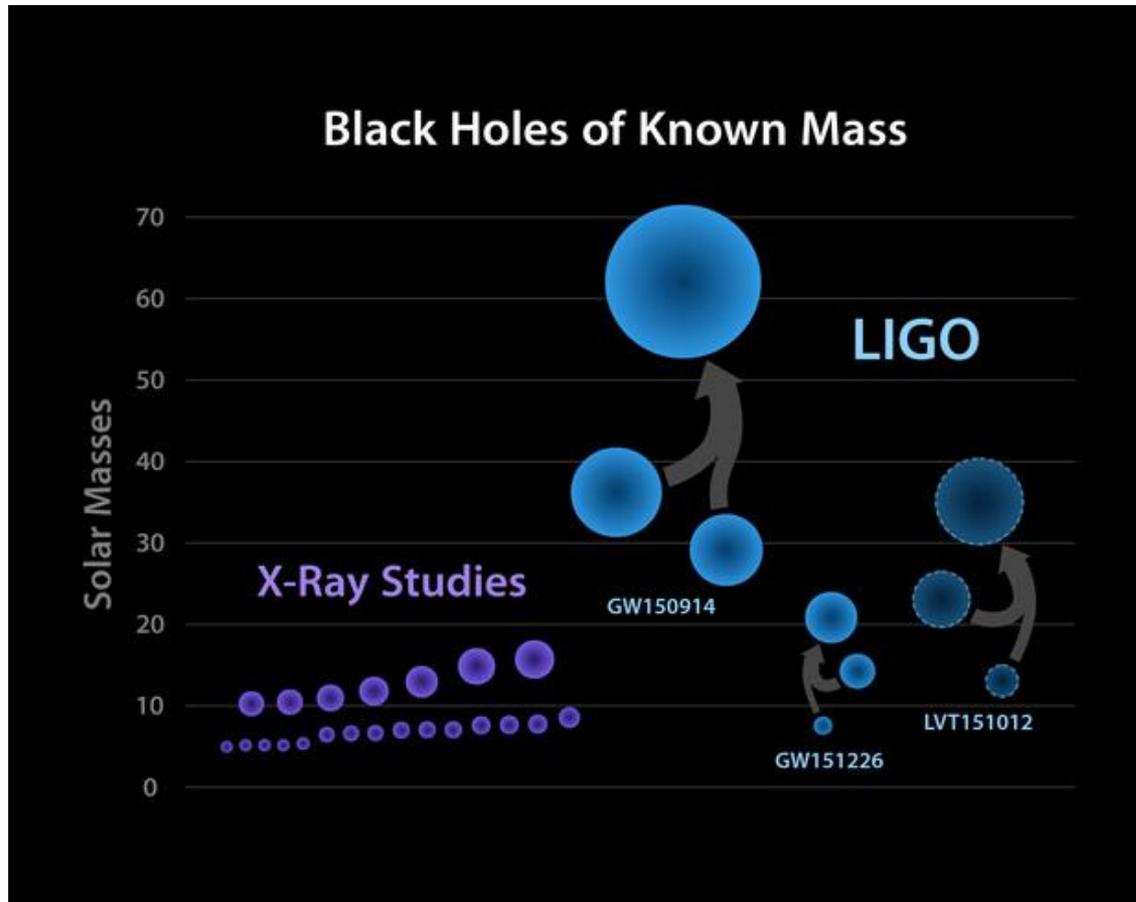
3倍太陽質量以上の天体は縮退圧で重力を支えきれない⇒重力崩壊



重力崩壊の行きつく先がBH(現実的な物理過程)

単なる数学の解ではなく、現実に存在してよい

# LIGOが見つけたBHは想定外に重かった

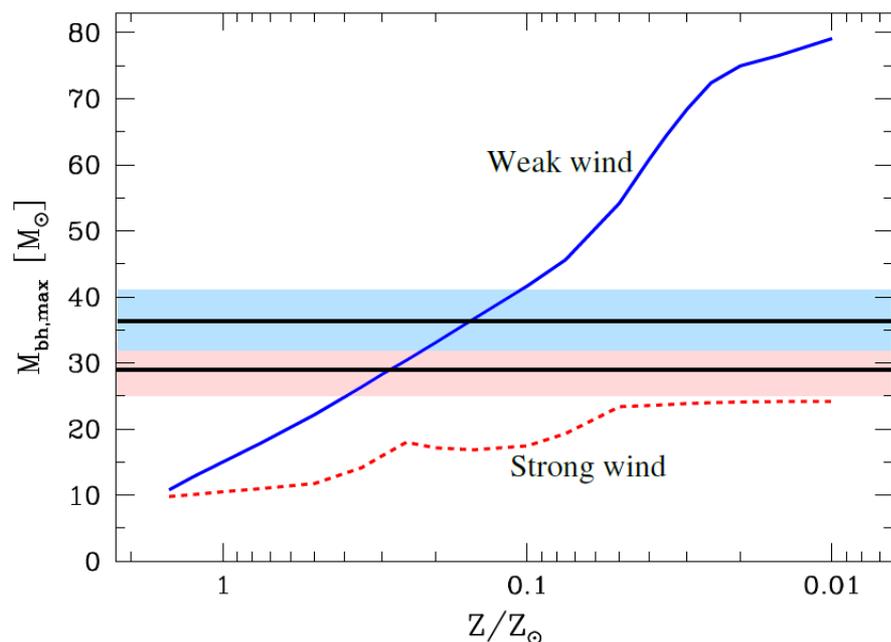


(LIGO website)

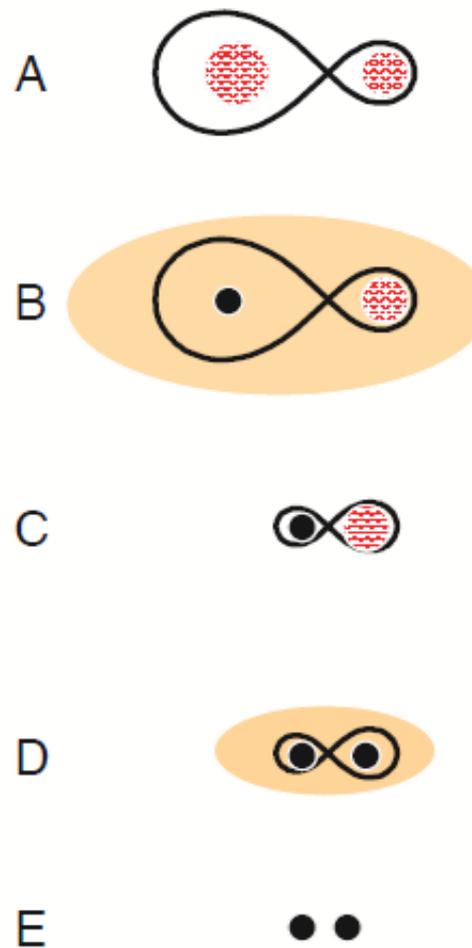
これまでに知られていたBHの質量は、最大でも $15 M_{\odot}$ 程度  
(星の進化理論ともよく合う)

# では見つかったBH連星の起源は何なのか？

## 1. 低金属量の星



(Belczynski et al. 2010)



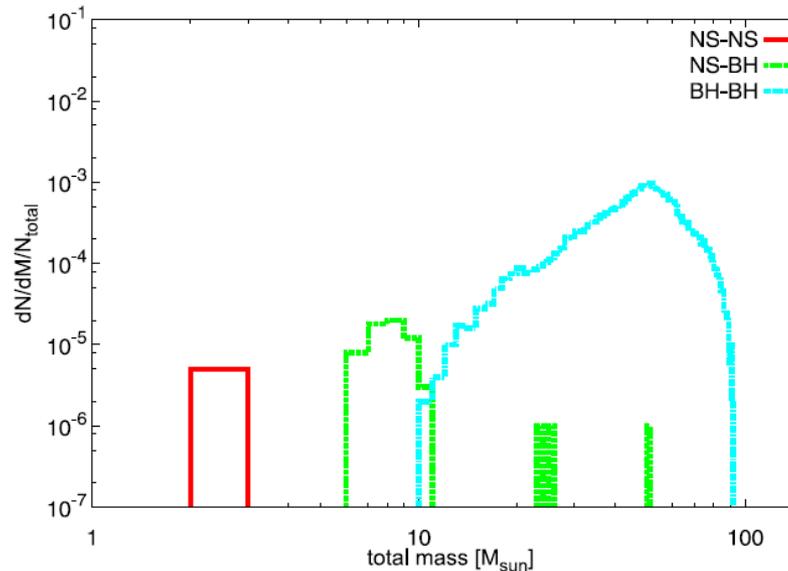
(Miller 2016)

宇宙初期の星形成に有用な情報を与える

# では見つかったBH連星の起源は何なのか？

## 1. 低金属量の星

金属量が0の初代星かもしれない



T.Kinugawa et al. 2014

宇宙初期の星形成に有用な情報を与える

# では見つかったBH連星の起源は何なのか？

## 2. 原始ブラックホール(PBH)

- S.Bird et al. 2016 (1603.00464)
- S.Clesse, J.Garcia-Bellido, 2016 (1603.05234)
- M.Sasaki, TS, T.Tanaka, S.Yokoyama, 2016 (1603.08338)

PBH = 宇宙ビッグバン直後(~ 0.1ミリ秒)に形成したBH

宇宙の超高密度領域が直接潰れてBHになる

暗黒物質の候補

超巨大BH( $M \gtrsim 10^6 M_{\odot}$ )の起源かもしれない

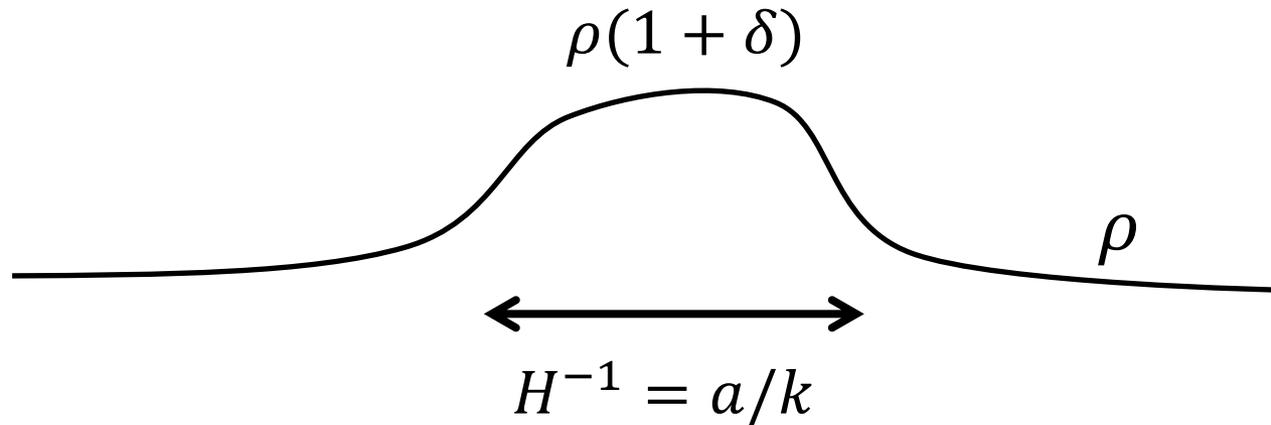
## シナリオが満たすべき要請

- およそ $30M_{\odot}$ BHの形成
- およそ $30M_{\odot}$ BH連星の形成
- LIGOによる合体イベント率 $(2-53(0.6-12) / \text{Gpc}^3 / \text{yr})$

PBH説はこれらの3条件を満たすことができる

LIGOはPBHを見つけたのかもしれない!!

# PBHの形成



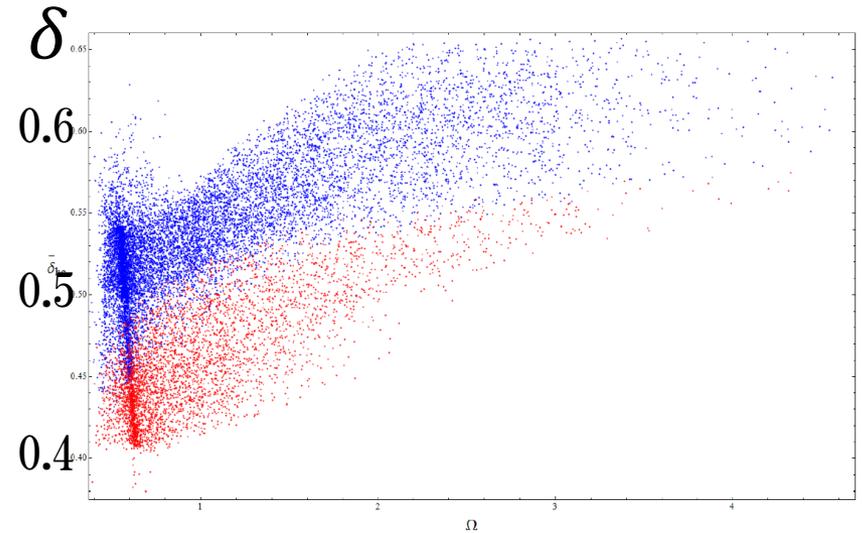
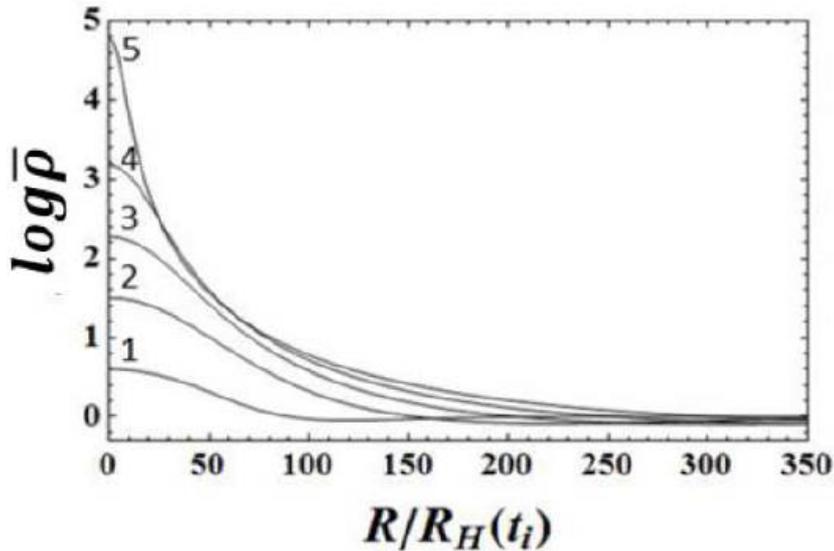
宇宙の原始密度ゆらぎがホライズン再突入時に  $\sim 1$  ならば、濃い領域が重力崩壊によってBHになる

質量は形成時のホライズン質量で与えられる

$$M_{\text{PBH}} \sim \rho H^{-3} \sim \frac{1}{GH} \sim 10^5 M_{\odot} \left( \frac{t}{1\text{s}} \right) \sim 20 M_{\odot} \left( \frac{k}{1\text{pc}^{-1}} \right)^{-2}$$

# PBHの形成

シミュレーションによってもBH形成は確認されている



T.Nakama et al. 2014

$\delta = 0.4 \sim 0.5$ でBHが形成

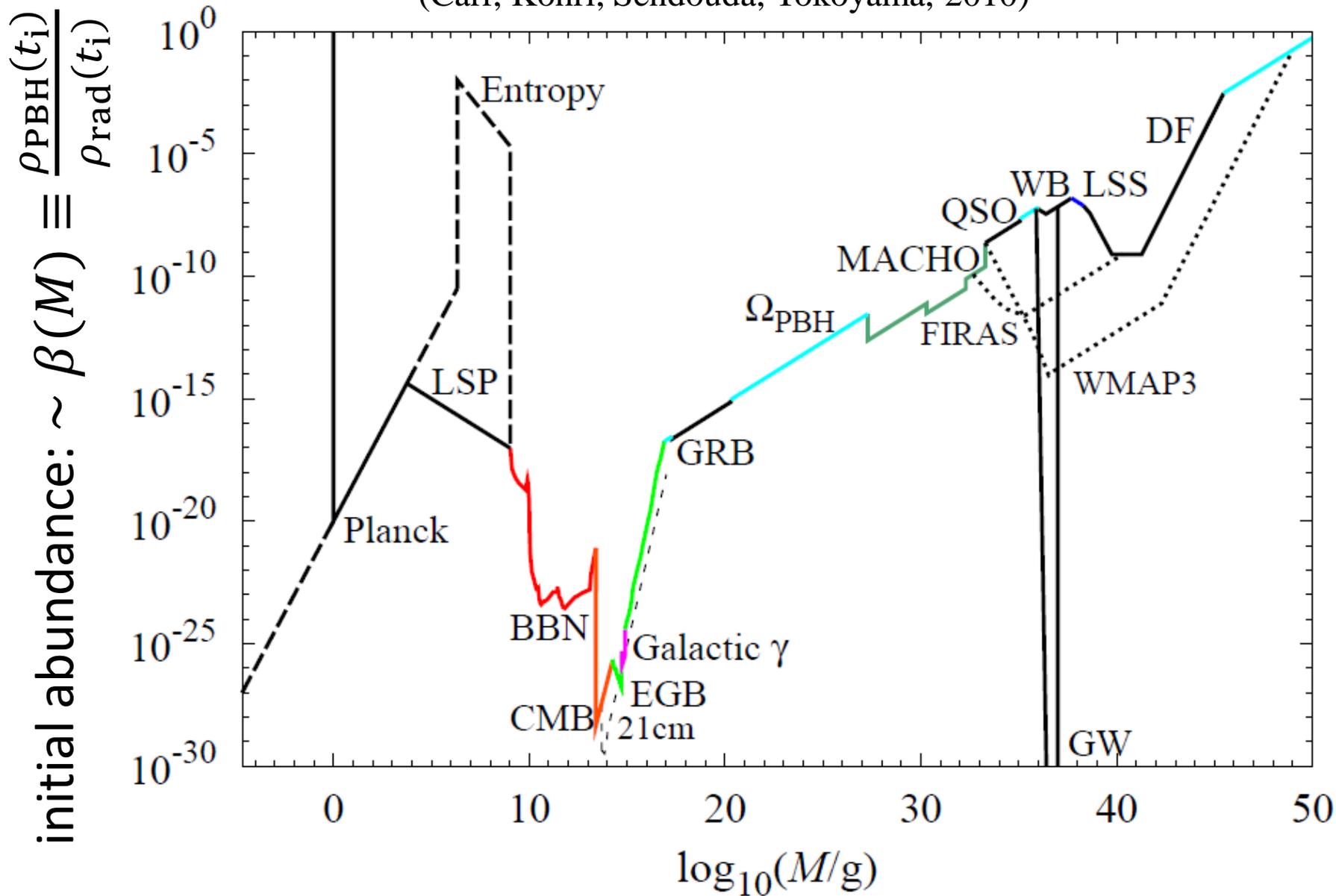
解析計算ともおおよそ一致 T.Harada, C.Yoo, K.Kohri  
2013

# 1970年頃の理論的可能性が指摘されて以降、PBHの探索が行われてきた

- 軽いPBH ( $\lesssim 10^{15} g$ )は、現在までに蒸発していなくなっている
- 重いPBH ( $\gtrsim 10^{15} g$ )は、暗黒物質として振る舞う
- PBH存在の強い証拠は今のところなく、存在量に上限が付けられている
- PBHの制限から小スケール原始密度揺らぎの大きさの情報が得られる

# PBHの観測的制限

(Carr, Kohri, Sendouda, Yokoyama, 2010)



# 原始密度揺らぎへの制限

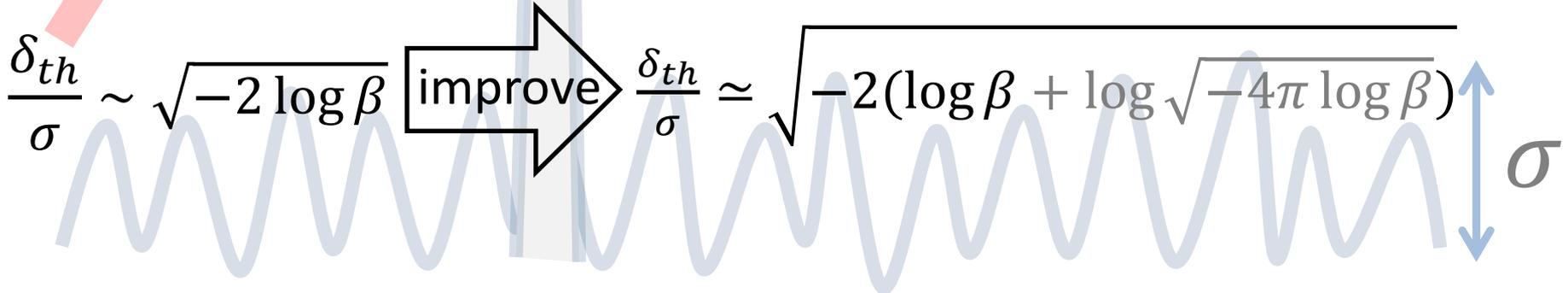
非常に稀な高 $\sigma$ ピークの密度揺らぎからPBHが形成

原始密度揺らぎはガウシアンと仮定

evaluated at horizon reentry

$$\begin{aligned}\beta &\equiv \int_{\delta_{th} \simeq 0.4}^{\infty} \frac{d\delta}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) = \int_{\delta_{th}}^{\infty} \frac{d\delta}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{-\sigma^2}{\delta} \left\{ \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) \right\}' \\ &= \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}\delta_{th}} \exp\left(-\frac{\delta_{th}^2}{2\sigma^2}\right) - \int_{\delta_{th}}^{\infty} \frac{d\delta}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{\sigma^2}{\delta^2} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right)\end{aligned}$$

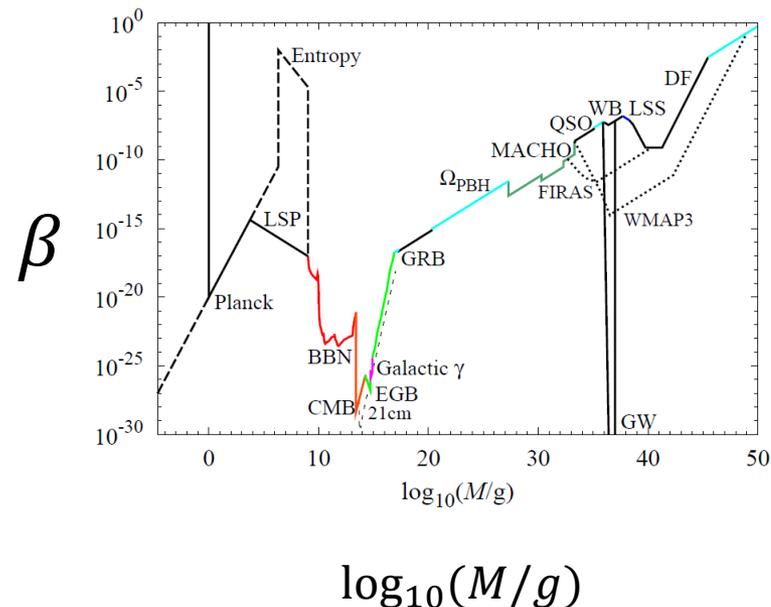
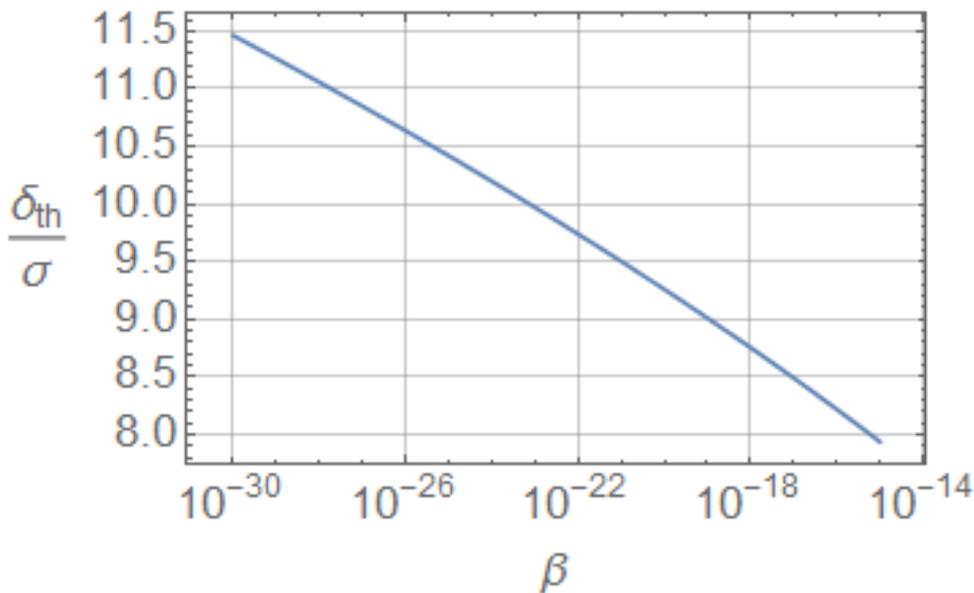
これを $\delta_{th}/\sigma$ について解くと

$$\frac{\delta_{th}}{\sigma} \sim \sqrt{-2 \log \beta} \quad \xrightarrow{\text{improve}} \quad \frac{\delta_{th}}{\sigma} \simeq \sqrt{-2(\log \beta + \log \sqrt{-4\pi \log \beta})}$$


# 原始密度揺らぎへの制限

$$\beta \equiv \int_{\delta_{th}}^{\infty} \frac{d\delta}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) \simeq \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}\delta_{th}} \exp\left(-\frac{\delta_{th}^2}{2\sigma^2}\right) \quad \textcircled{1}$$

$$\Rightarrow \frac{\delta_{th}}{\sigma} \simeq \sqrt{-2(\log \beta + \log \sqrt{-4\pi \log \beta})} \quad \textcircled{2}$$

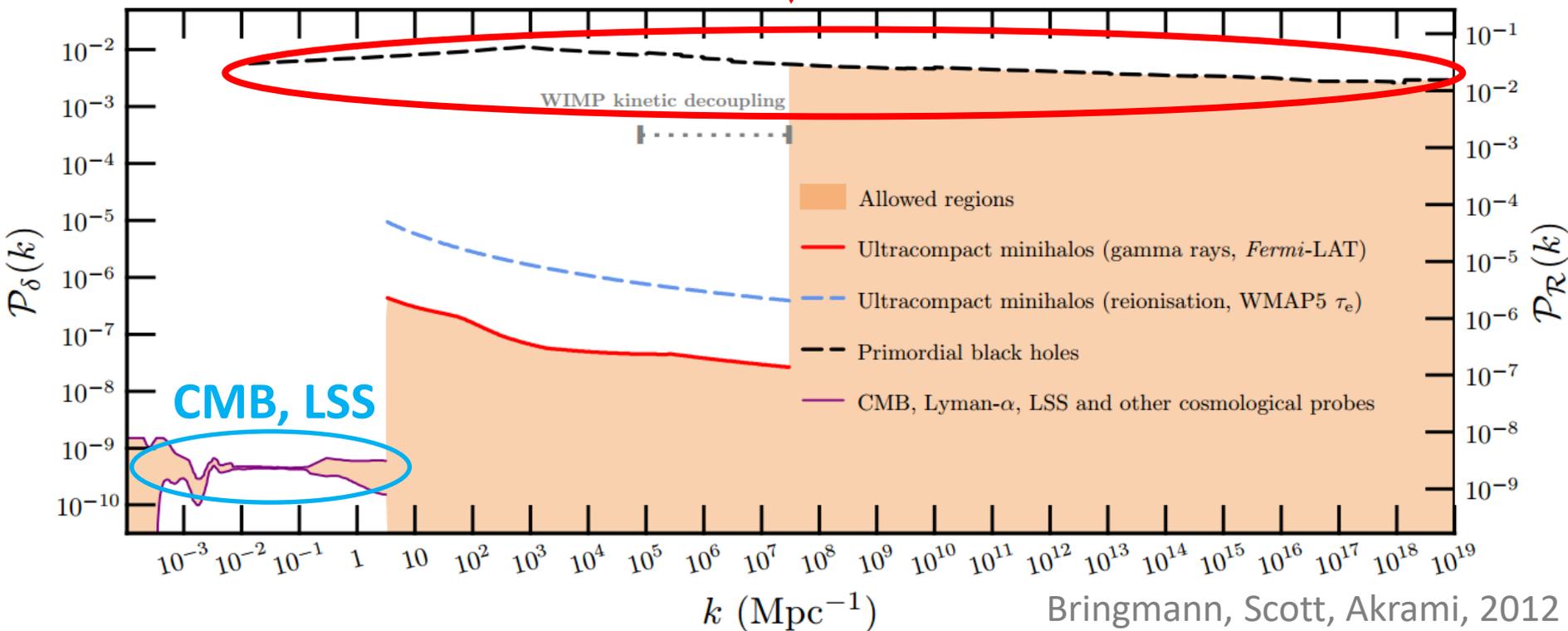


原始密度揺らぎの大きさ $\sigma$ への制限

$$\sigma \lesssim \frac{\delta_{th}}{10}$$

# 原始密度揺らぎへの制限

$$\sigma^2(\sim \mathcal{P}_\zeta) \lesssim (0.4/10)^2 \simeq 2 \times 10^{-3}$$



PBHは見つかっていないなくても、初期宇宙の重要な情報が得られる

しかし、ついにLIGOはPBHを見つけた  
のかもしれない!!



## シナリオが満たすべき要請

- およそ $30M_{\odot}$  BHの形成

対応する長さスケールに $O(1)$ の振幅の原始密度揺らぎがあればよい

最終的には(未だ未確定の)インフレーションによって説明されるべき

- およそ $30M_{\odot}$  BH連星の形成

- LIGOによる合体イベント率 $(2-53(0.6-12) / \text{Gpc}^3 / \text{yr})$

## シナリオが満たすべき要請

- およそ $30M_{\odot}$  BHの形成

対応する長さスケールに $O(1)$ の振幅の原始密度揺らぎがあればよい

最終的には(未だ未確定の)インフレーションによって説明されるべき

**たくさんある**

- およそ $30M_{\odot}$  BH連星の形成

- LIGOによる合体イベント率(2-53(0.6-12) /Gpc<sup>3</sup> /yr)

# PBHを予言するインフレーションモデル

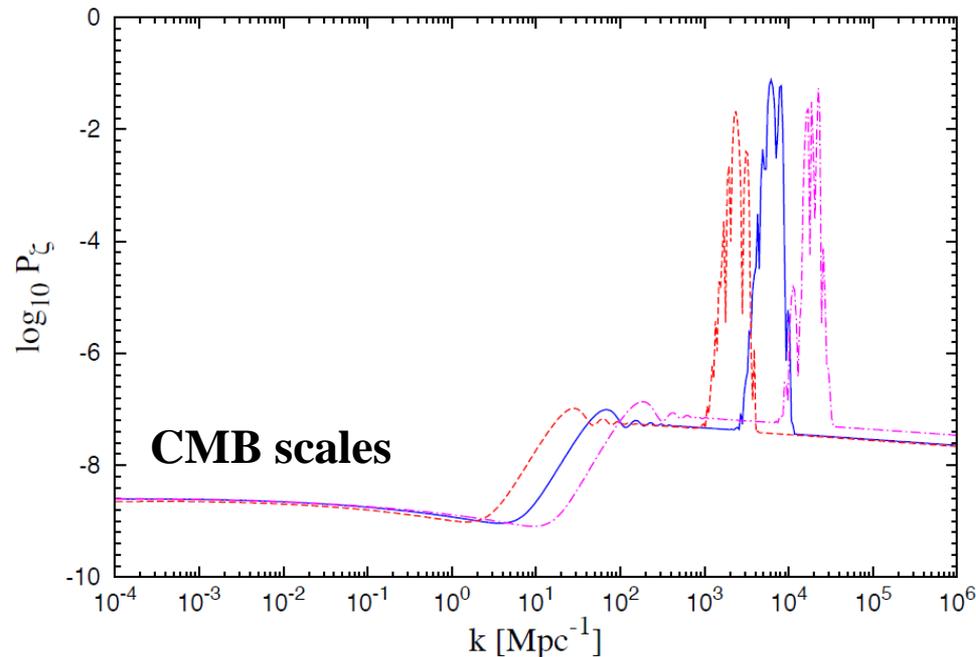
(Kawasaki, Kusenko, Yanagida, 2012)

$$V = V_{\text{H}} + V_{\text{N}} + V_{\text{HN}},$$

$$V_{\text{H}}(\phi, \psi) = \left(1 + \frac{\phi^4}{8} + \frac{\psi^2}{2}\right) \left(-\mu^2 + \frac{\psi^4}{16M^2}\right)^2 + \frac{\phi^2\psi^6}{16M^4},$$

$$V_{\text{N}}(\varphi) = v^4 \left(1 - \frac{\kappa}{2}\varphi^2\right) - \frac{g}{2}v^2\varphi^4 + \frac{g^2}{16}\varphi^8,$$

$$V_{\text{HN}}(\phi, \psi, \varphi) = \left(-\mu^2 + \frac{\psi^4}{16M^2}\right)^2 \frac{\varphi^2}{2} - \left(-\mu^2 + \frac{\psi^4}{16M^2}\right) v^2\phi\varphi,$$



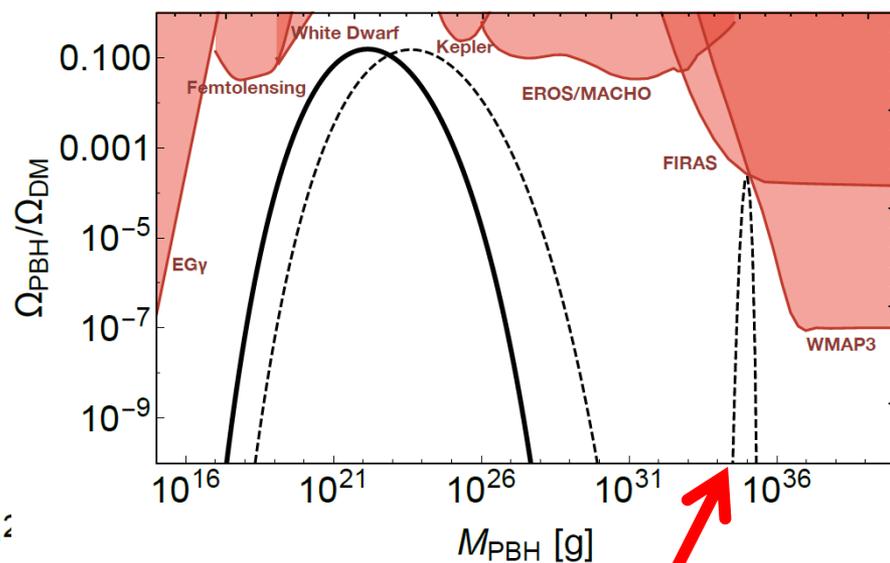
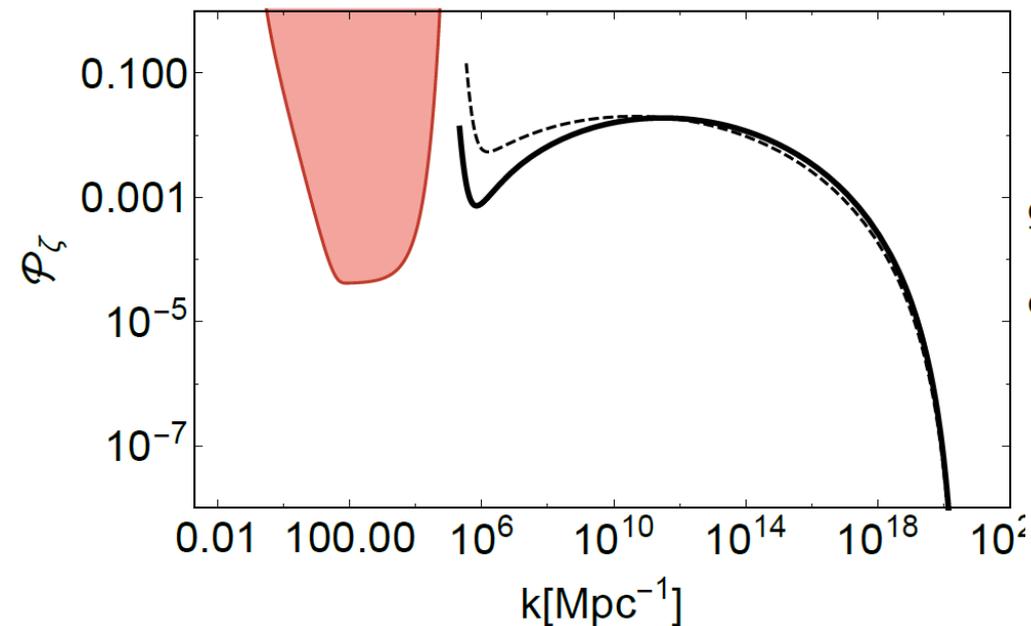
# PBHを予言するインフレーションモデル

(Kawasaki et al. 2016)

$$W_{\text{new}} = v^2 \phi - \frac{g}{n+1} \phi^{n+1} + c,$$

$$K_{\text{new}} = |\phi|^2 + \frac{\kappa}{4} |\phi|^4 + \dots,$$

$$V(\varphi) \simeq v^4 - 2\sqrt{2}cv^2\varphi - \frac{\kappa}{2}v^4\varphi^2 - \frac{g}{2^{\frac{n}{2}-1}}v^2\varphi^n + \frac{g^2}{2^n}\varphi^{2n} + V_{\text{pre}} \left( 1 + \frac{1}{2}\varphi^2 \right). \quad (10)$$



!!!

## シナリオが満たすべき要請

- およそ $30M_{\odot}$  BHの形成

対応する長さスケールに $O(1)$ の振幅の原始密度揺らぎがあればよい  
最終的には(未だ未確定の)インフレーションによって説明されるべき

- およそ $30M_{\odot}$  BH連星の形成

非常にシンプルなメカニズムがある

(T.Nakamura, M.Sasaki, T.Tanaka, K.Thorne, 1997)

(K.Ioka, T.Chiba, T.Tanaka, T.Nakamura, 1998)

- LIGOによる合体イベント率 $(2-53(0.6-12) / \text{Gpc}^3 / \text{yr})$

# MACHO連星からの重力波

## GRAVITATIONAL WAVES FROM COALESCING BLACK HOLE MACHO BINARIES

TAKASHI NAKAMURA

Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Kyoto 606, Japan

MISAO SASAKI AND TAKAHIRO TANAKA

Department of Earth and Space Science, Osaka University, Toyonaka 560, Japan

AND

KIP S. THORNE

Theoretical Astrophysics, California Institute of Technology, Pasadena, CA 91125

*Received 1997 April 11; accepted 1997 July 23; published 1997 September 2*

### ABSTRACT

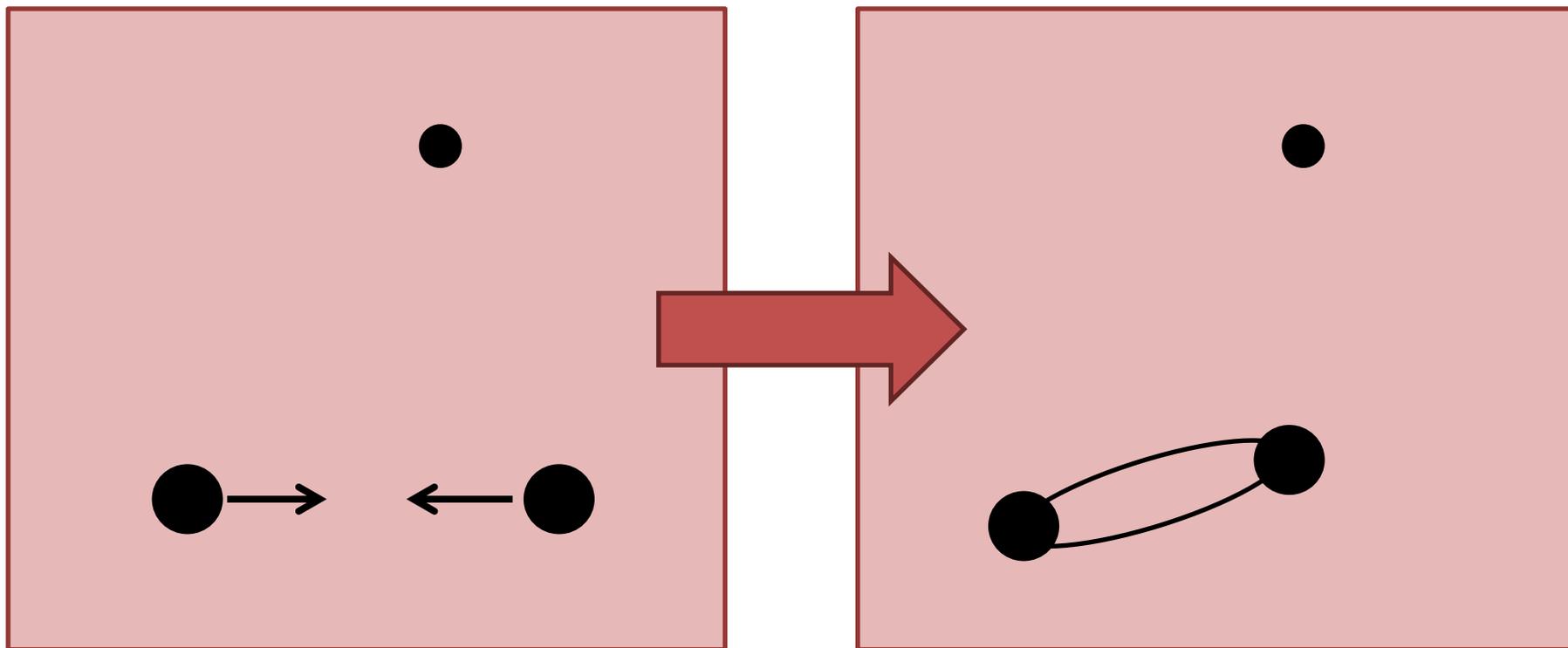
If MACHOs are black holes of mass  $\sim 0.5 M_{\odot}$ , they must have been formed in the early universe when the temperature was  $\sim 1$  GeV. We estimate that in this case in our Galaxy's halo out to  $\sim 50$  kpc there exist  $\sim 5 \times 10^8$  black hole binaries the coalescence times of which are comparable to the age of the universe, so that the coalescence rate will be  $\sim 5 \times 10^{-2}$  events  $\text{yr}^{-1}$  per galaxy. This suggests that we can expect a few events per year within 15 Mpc. The gravitational waves from such coalescing black hole MACHOs can be detected by the first generation of interferometers in the LIGO/VIRGO/TAMA/GEO network. Therefore, the existence of black hole MACHOs can be tested within the next 5 yr by gravitational waves.

*Subject headings:* black hole physics — dark matter — gravitation — gravitational lensing — Galaxy: halo

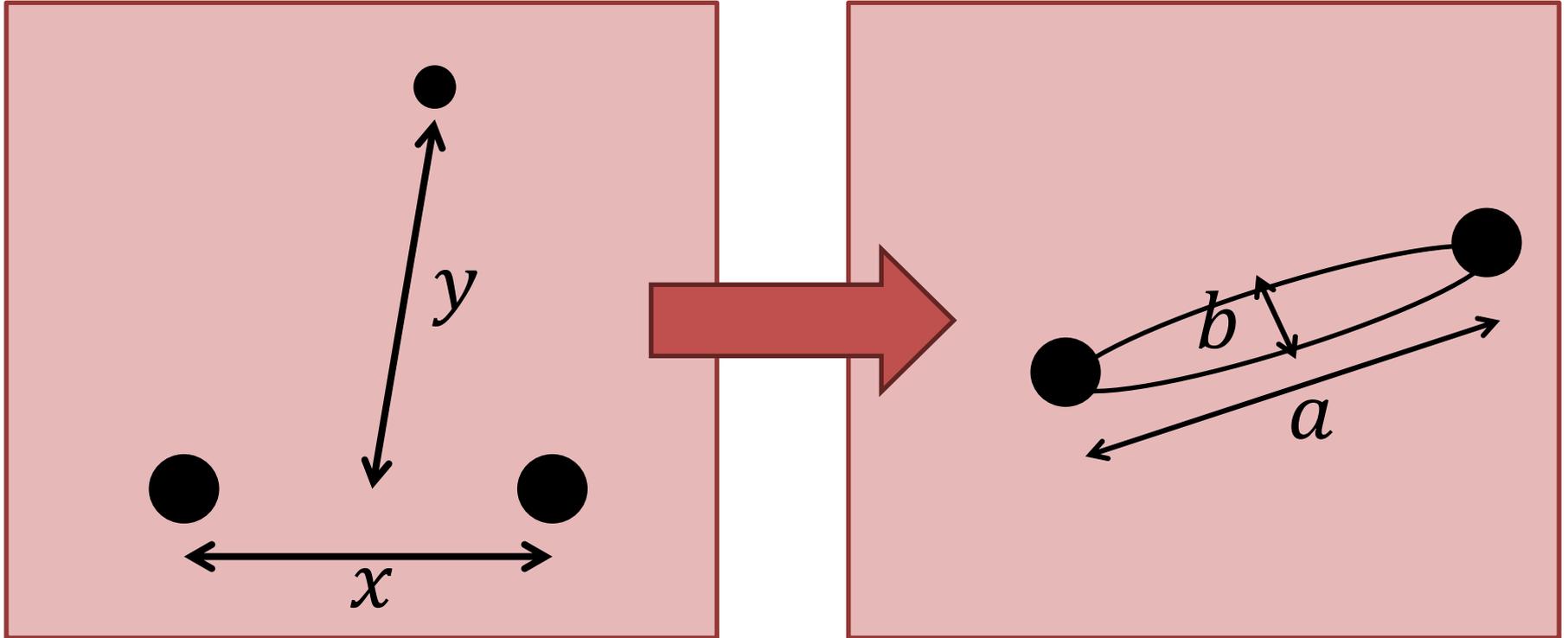
# PBHシナリオでの連星形成 (T.Nakamura et al. 1997)

仮定

PBHは空間的にランダムに形成。PBHの質量は $30M_{\odot}$ 。



# 三体目からの潮汐力 (T.Nakamura et al. 1997)



$$a = \frac{\alpha x^4}{f \bar{x}^3}, \quad b = \beta \left( \frac{x}{y} \right)^3 a$$

1に近い離心率を持つ連星が形成

## シナリオが満たすべき要請

- およそ $30M_{\odot}$  BHの形成

対応する長さスケールに $O(1)$ の振幅の原始密度揺らぎがあればよい  
最終的には(未だ未確定の)インフレーションによって説明されるべき

- およそ $30M_{\odot}$  BH連星の形成

非常にシンプルなメカニズムがある

(T.Nakamura, M.Sasaki, T.Tanaka, K.Thorne, 1997)

(K.Ioka, T.Chiba, T.Tanaka, T.Nakamura, 1998)

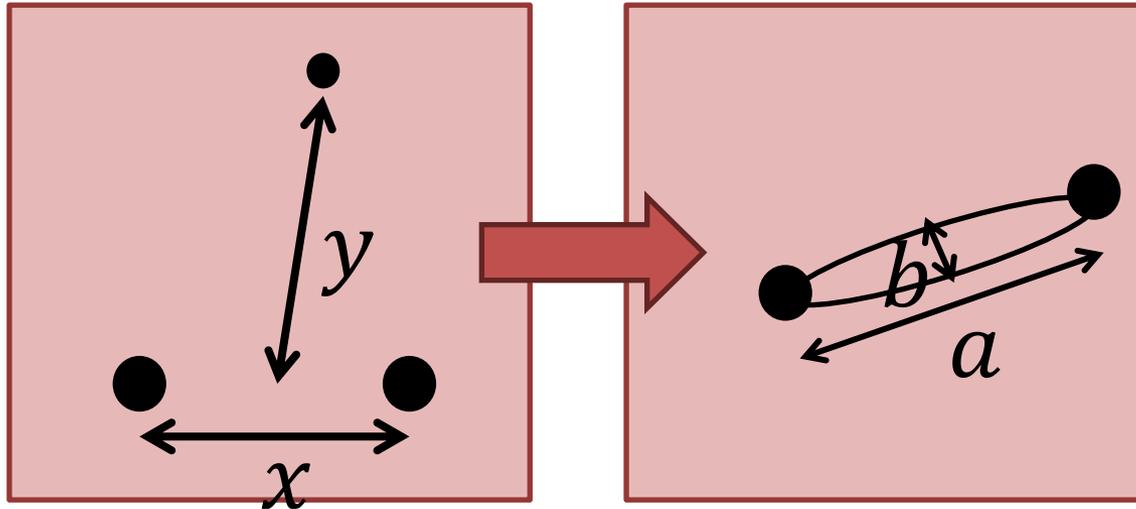
- LIGOによる合体イベント率 $(2-53(0.6-12) / \text{Gpc}^3 / \text{yr})$

観測結果を説明するPBHの存在量(個数密度)は、他の制限と無矛盾

# 連星の形成確率の分布

$$dP = \frac{9}{\bar{x}^6} x^2 y^2 dx dy \quad 0 < x < y < \bar{x}$$

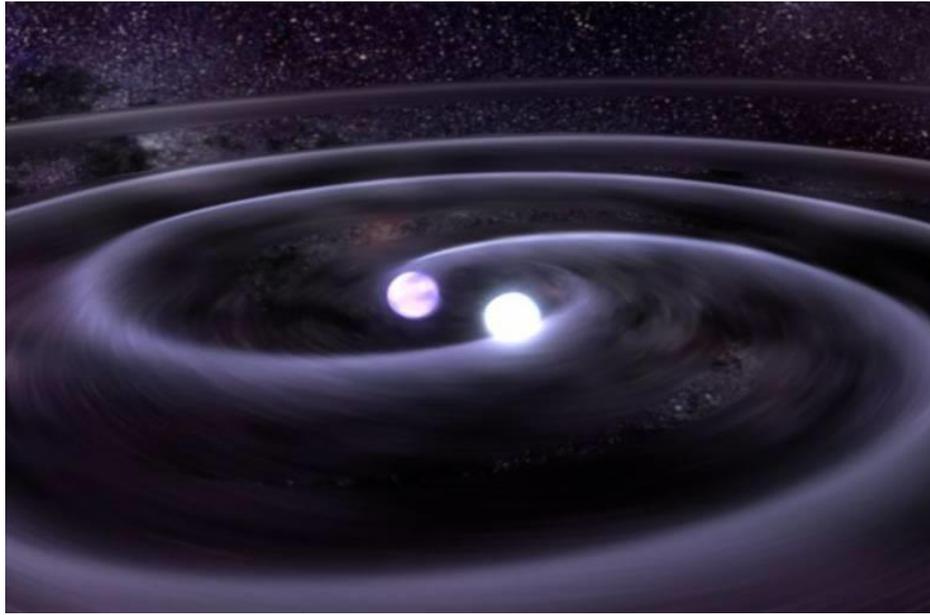
(より正確な分布の表式でも同様の結果になる)



$$dP = \frac{3}{4} f^{3/2} \bar{x}^{-3/2} a^{1/2} e (1 - e^2)^{-3/2} da de.$$

連星が長軸( $a, a + da$ )で、離心率( $e, e + de$ )にある確率

# 連星の寿命



連星の長軸 $a$ 、離心率 $e$ を決めると、連星の寿命が一般相対論によって決まる

$$t = Qa^4(1 - e^2)^{7/2}, \quad Q = \frac{3}{170} (GM_{\text{BH}})^{-3}$$

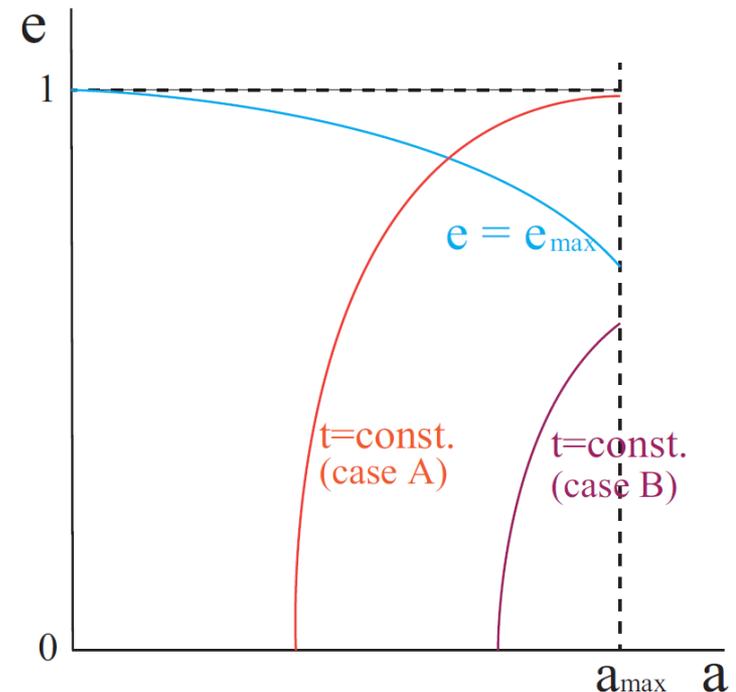
# 連星合体の確率

$$dP = \frac{3}{16} \left( \frac{t}{T} \right)^{3/8} e(1 - e^2)^{-(45/16)} \frac{dt}{t} de, \quad T \equiv \frac{\bar{x}^4 Q}{f^4}.$$

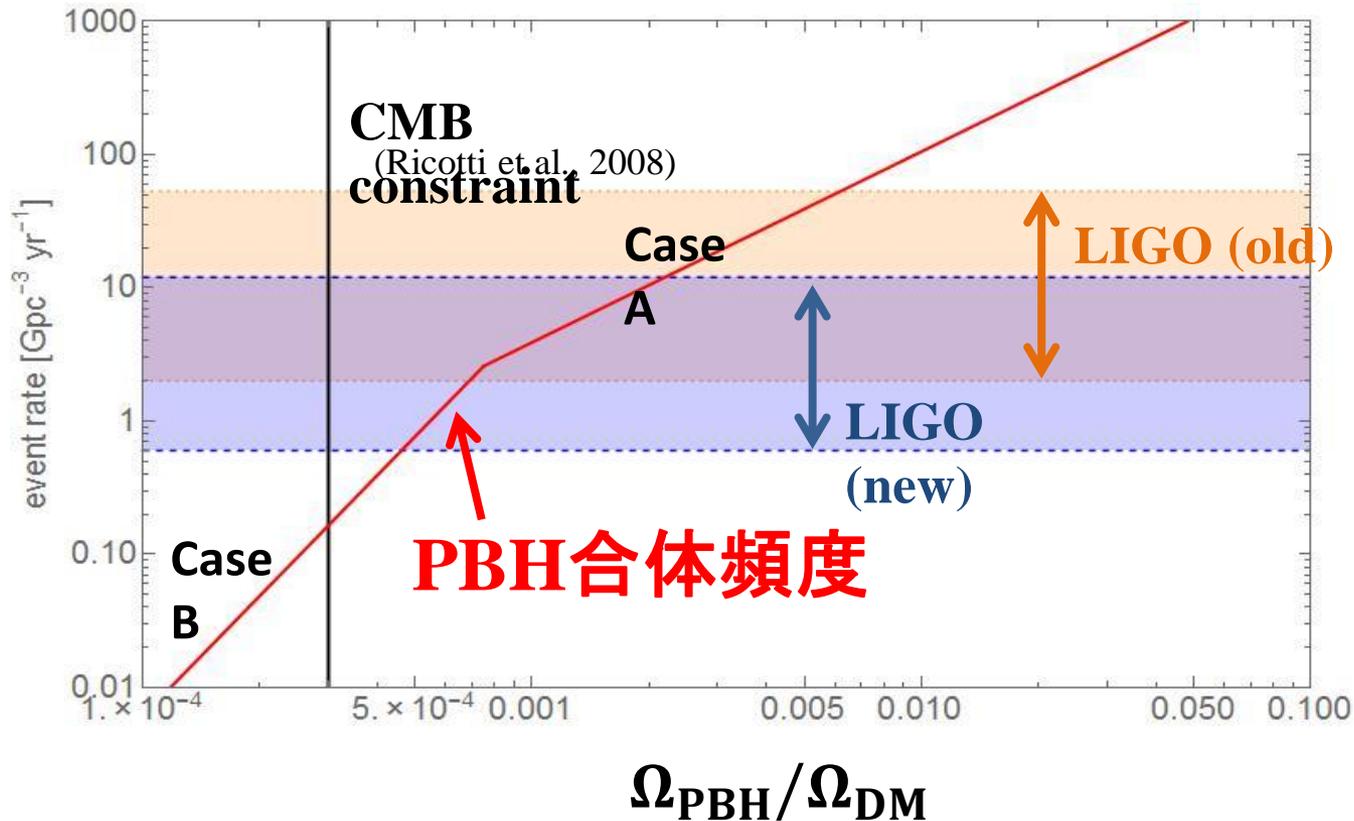
これを離心率で積分すれば、 $(t, t + dt)$ の間に合体が起こる確率が得られる

離心率の最大値を決める2つの量

- 3体目までの距離  $y$  (case A)
- 連星の長軸  $a$  (case B)

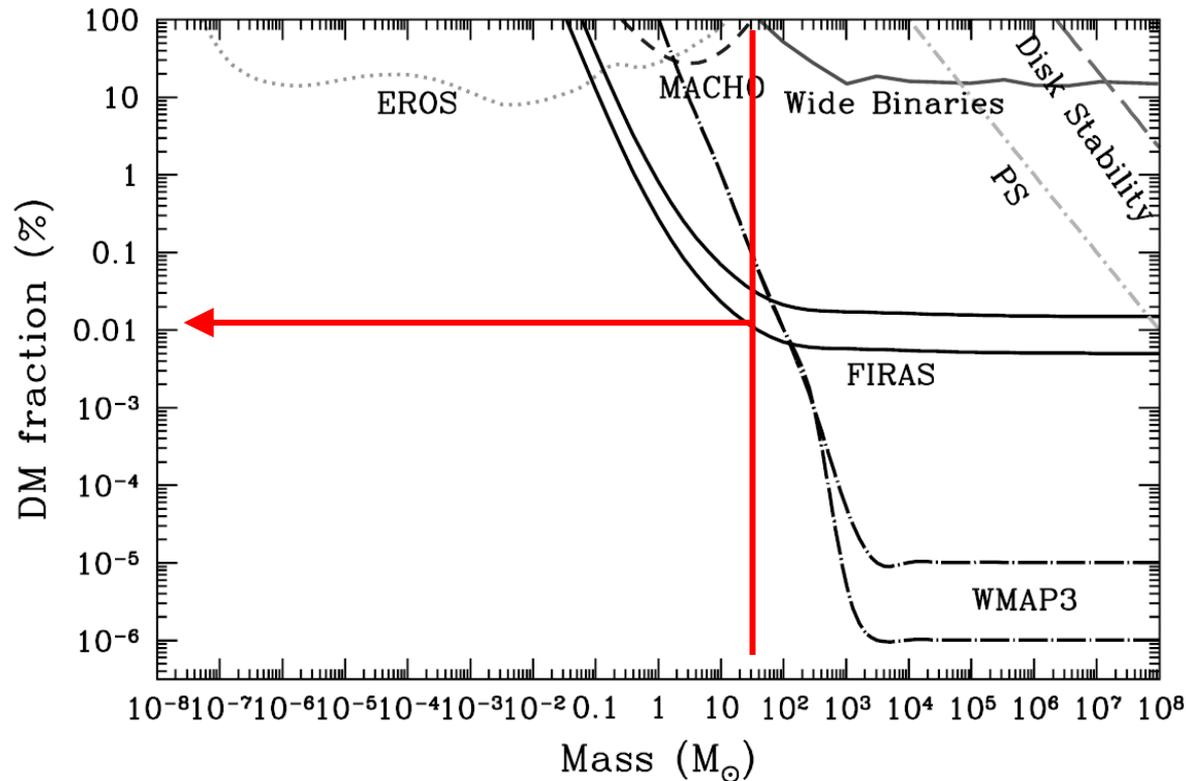


# 連星合体のイベント率



- PBHがダークマターの0.1%ほどを占めれば、予測される合体イベント率はLIGOの観測結果と合う
- 重力波の観測だけから、 $30M_{\odot}$  PBHが全ダークマターである可能性が棄却された

# CMBからのPBH存在量に対する制限 (Ricotti et al. 2008)



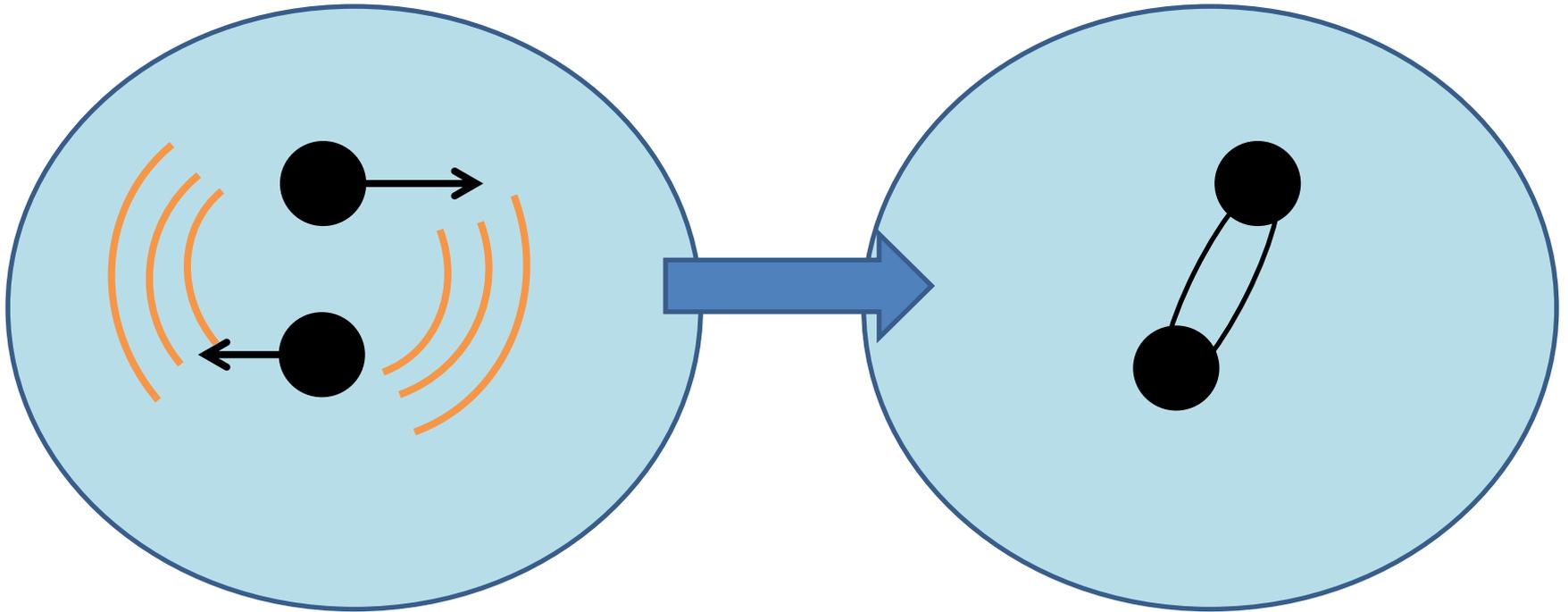
球対称Bondi降着、放射効率、放射のフィードバックなし等

この制限の不定性を定量的に評価するのは困難

(CMBのスペクトル歪みの表式にも誤り?)

# Remark 1

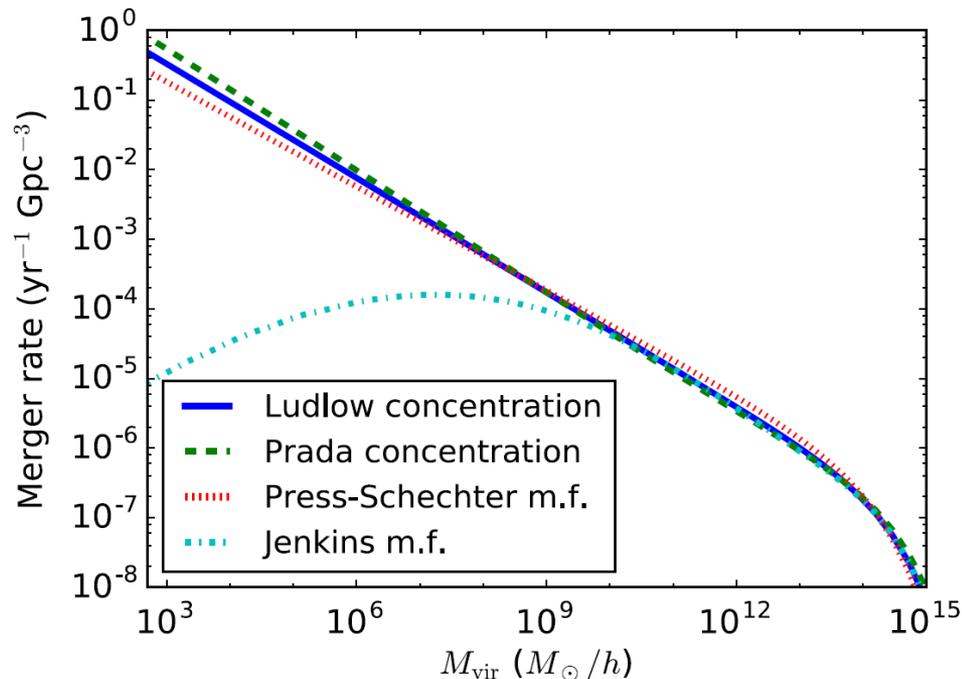
PBHシナリオ論文 S.Bird et al. PRL 116, 201301(2016).



$$\begin{aligned}\sigma &= \pi \left( \frac{85\pi}{3} \right)^{2/7} R_s^2 \left( \frac{v_{\text{pbh}}}{c} \right)^{-18/7} \\ &= 1.37 \times 10^{-14} M_{30}^2 v_{\text{pbh}-200}^{-18/7} \text{pc}^2\end{aligned}$$

# Remark 1

PBHシナリオ論文 S.Bird et al. PRL 116, 201301(2016).



$$\mathcal{V} = 2f(M_c/400M_\odot)^{-11/21} \text{ Gpc}^{-3} \text{ yr}^{-1},$$

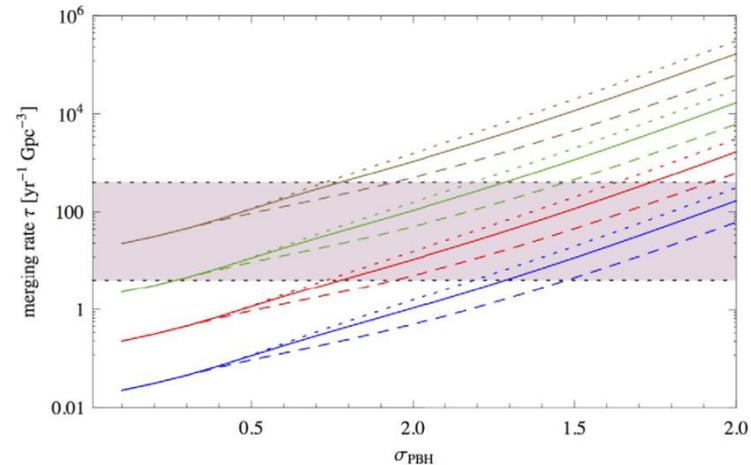
PBHがダークマターであれば、LIGOによる合体イベント率と合う

# Remark 2

PBHシナリオ論文 S.Clesse, Garcia-Bellido, Phys.Dark.Univ.10(2016)002

連星形成はS.Bird et al.の論文と同じ  
 拡がりを持つPBH質量関数に対しても  
 イベント率を評価した

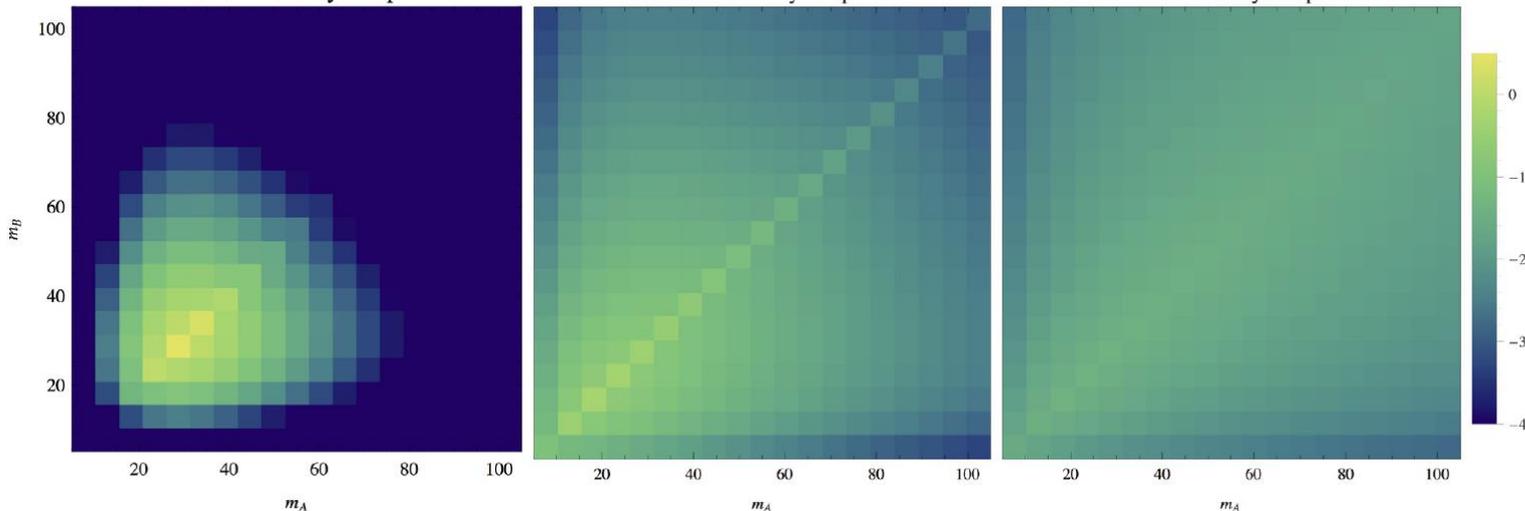
$$\rho(m_{\text{PBH}}) = \frac{\delta_{\text{PBH}}^{\text{loc.}} \rho_{\text{DM}}^0}{\sqrt{2\pi\sigma_{\text{PBH}}^2}} \exp\left[-\frac{\log^2(m_{\text{PBH}}/\mu_{\text{PBH}})}{2\sigma_{\text{PBH}}^2}\right].$$



$\sigma_{\text{PBH}}=0.1, \mu_{\text{PBH}}=30, \delta_{\text{PBH}}^{\text{loc.}}=10^{10}$   
 total rate  $\tau = 17 \text{ yr}^{-1}\text{Gpc}^{-3}$

$\sigma_{\text{PBH}}=0.3, \mu_{\text{PBH}}=30, \delta_{\text{PBH}}^{\text{loc.}}=10^{10}$   
 total rate  $\tau = 10 \text{ yr}^{-1}\text{Gpc}^{-3}$

$\sigma_{\text{PBH}}=0.7, \mu_{\text{PBH}}=300, \delta_{\text{PBH}}^{\text{loc.}}=10^{11}$   
 total rate  $\tau = 6 \text{ yr}^{-1}\text{Gpc}^{-3}$



# どうすればPBHシナリオを検証できるか？

- 背景重力波？
- BHスピン？
- イベント率の質量依存性？
- イベント率の時間依存性？
- BH連星の空間分布？

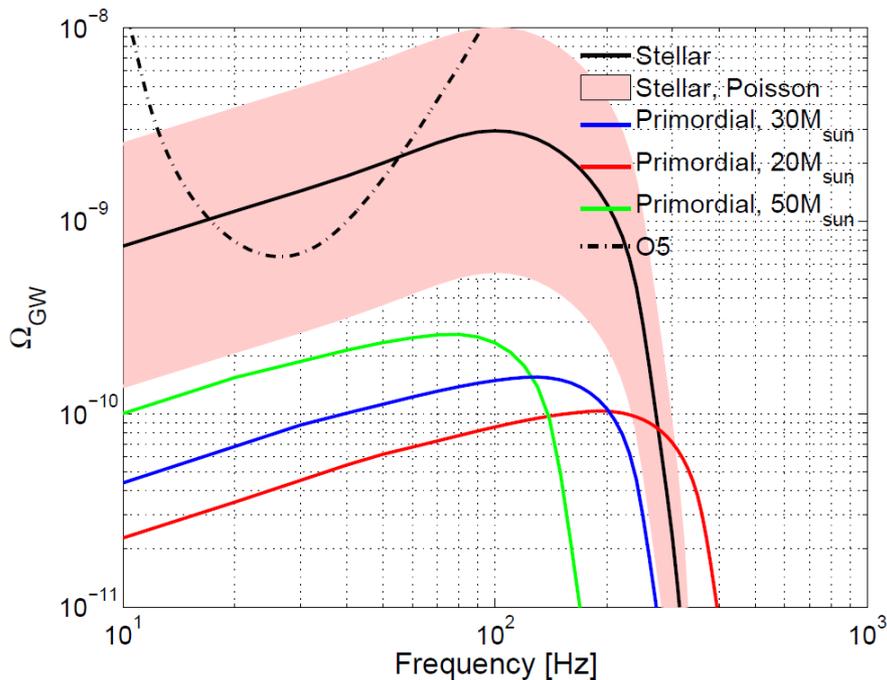
# たくさんのPBH連星からの重力波(背景重力波)

V.Mandic, S.Bird, I.Cholis, 1608.06699

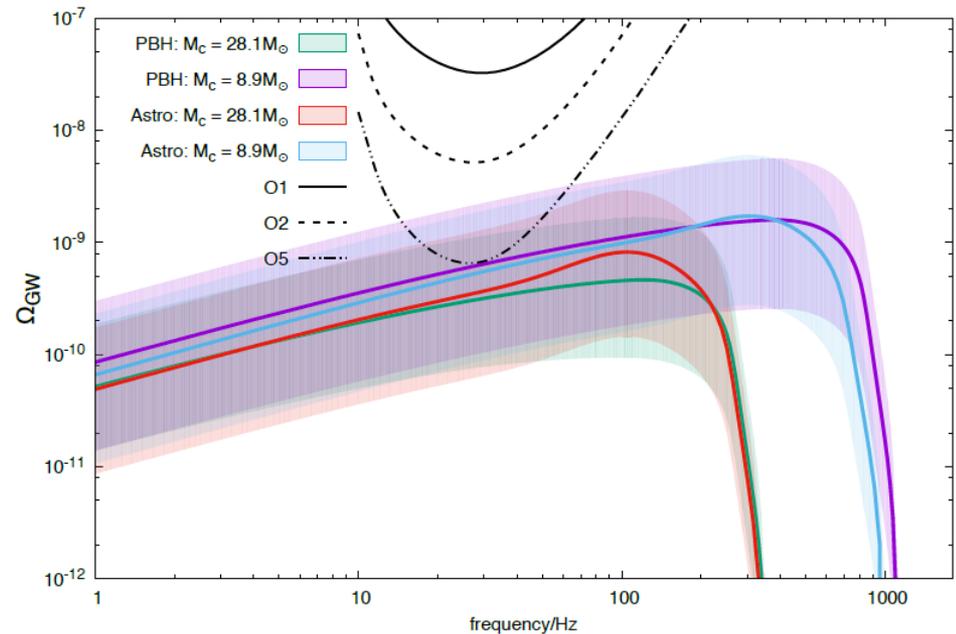
I.Cholis, 1609.03565

S.Clesse, J.Garcia-Bellido, 1609.03565

S.Wang et al., 1610.08725



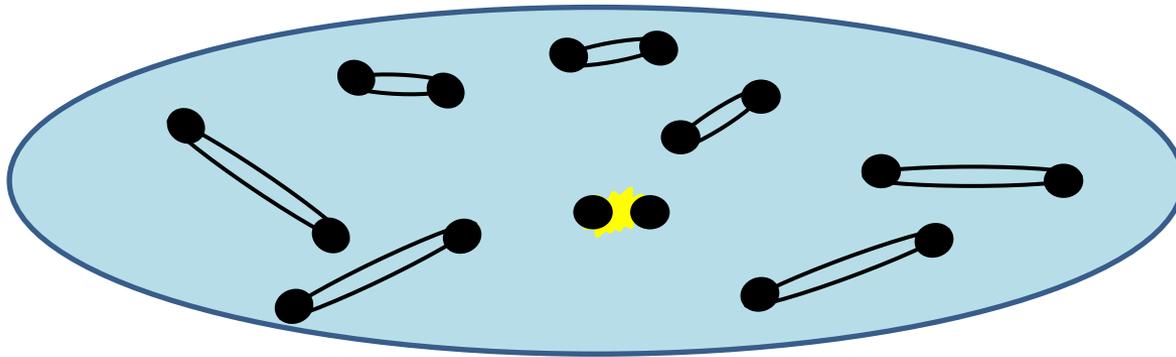
V.Mandic et al., 1608.06699



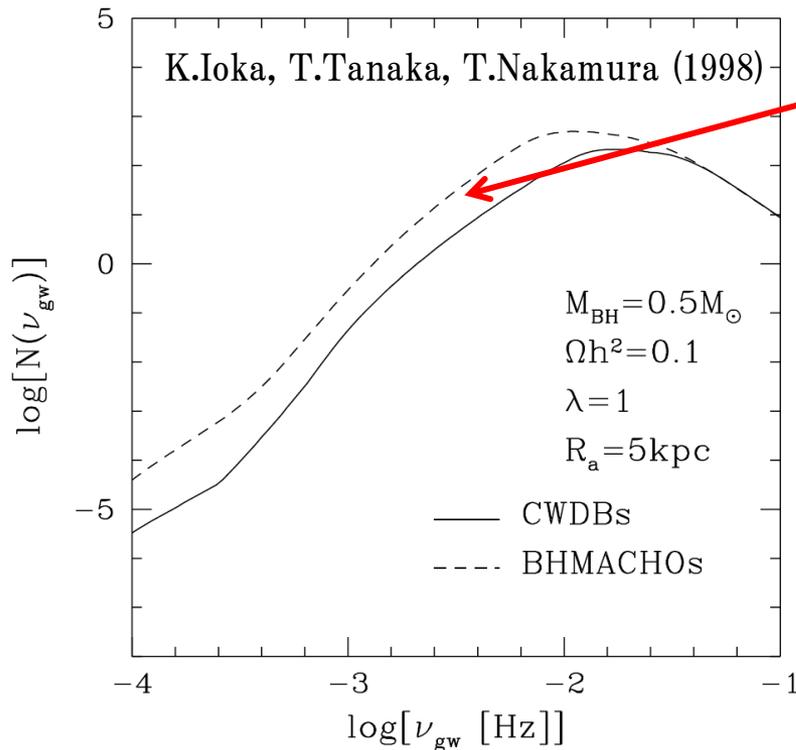
S.Wang et al., 1610.08725

天体起源のBHとの区別が重要になってくる

# PBH連星からの低周波重力波



ゆっくり周回するPBH連星からも重力波が出てるはず



LISAで見つかる $0.5 M_{\odot}$  PBH連星の数

低周波帯でもPBHがみえる!!

- $30 M_{\odot}$ のBHに対してはどうなるか？
- BHに質量幅があるとどうなるか？

# BHのスピンの(自転)

BHは自転することができる(Kerr BH)

無次元化されたBHスピン

$$a = c|S|/(Gm^2) \quad S: \text{BHのスピン、} m: \text{BHの質量}$$

$$a \leq 1 \quad (a \text{が} 1 \text{を超えると裸の特異点が現れる})$$

GW1509014では、BHの有意なスピンは観測されなかった

$$\chi_{\text{eff}} = -0.07^{+0.16 \pm 0.01}_{-0.17 \pm 0.05} \quad \chi_{\text{eff}} = \frac{c}{GM} \left( \frac{S_1}{m_1} + \frac{S_2}{m_2} \right) \cdot \frac{L}{|\mathbf{L}|}$$

# BHのスピンの(自転)

BHは自転することができる(Kerr BH)

無次元化されたBHスピン

$$a = c|S|/(Gm^2) \quad S: \text{BHのスピン、} m: \text{BHの質量}$$

$a \leq 1$  ( $a$ が1を超えると裸の特異点が現れる)

GW1509014では、BHの有意なスピンは観測されなかった

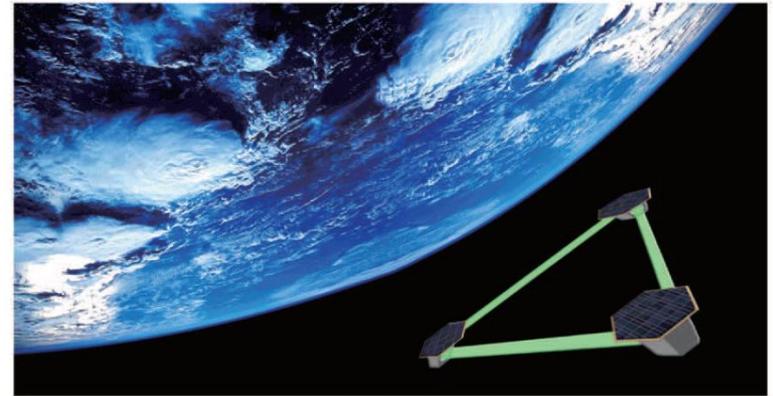
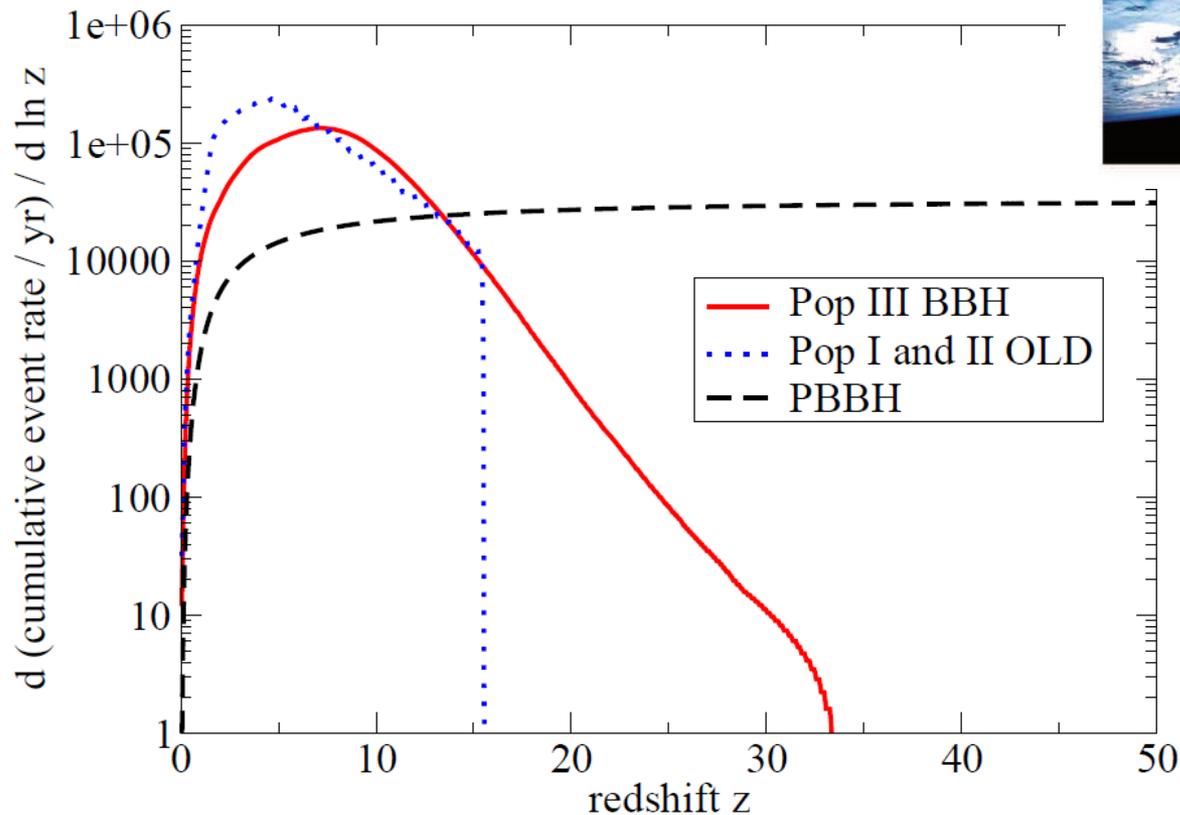
天体起源のBHとは合わない(一般的に $a \approx 1, \chi_{eff} \approx 1$ )

(e.g. D.Kushnir et al. 1605.03839)

PBH連星ではランダムに連星が形成されるので、 $\chi_{eff} \approx 0$ が予想される

PBHの典型的なスピンの大きさは？その分布は？

# 昔のPBH合体率



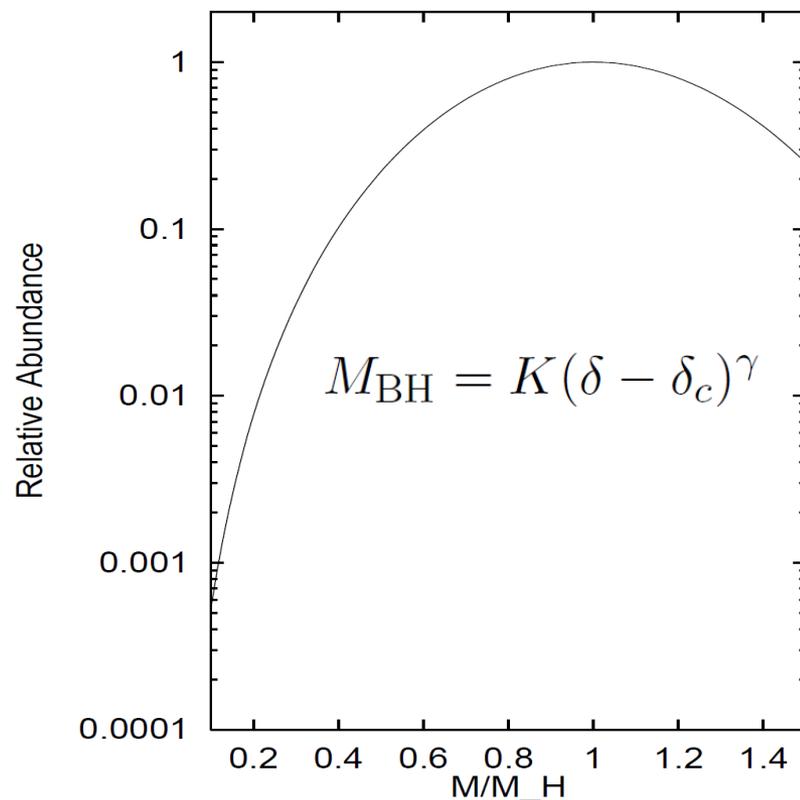
Pre-DECIGOのイメージ図

T.Nakamura et al. 1607.00897

高赤方偏移での合体イベント率からPBHシナリオが  
検証できる

# BH連星の合体率

BH質量関数はある程度の幅を持つだろう

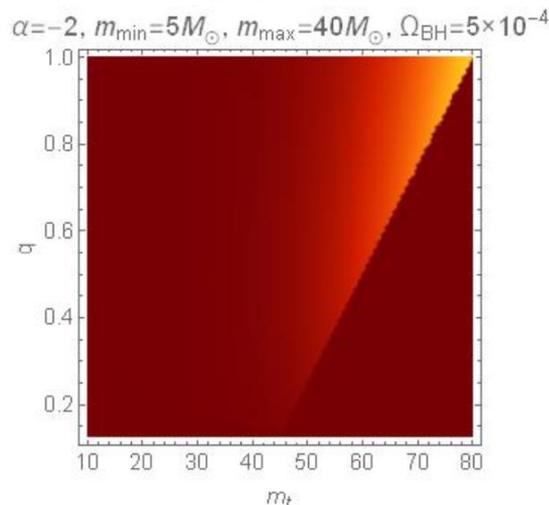
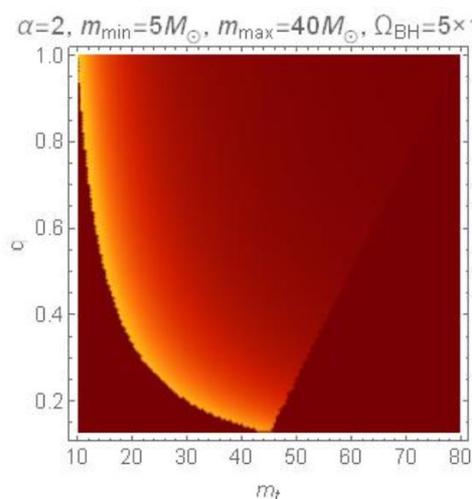


J.Yokoyama 1998

連星合体率の質量面上での分布に特徴はあるか？

# BH連星の合体率 (B.Kocsis, TS, T.Tanaka, S.Yokoyama in preparation)

BHの質量が単一でない場合、合体率は質量関数に依存



$$\mathcal{F}(m_1, m_2, t) = C_A(m_1 + m_2)^{\frac{36}{37}} h_A(m_1) h_A(m_2)$$

$C_A, h_A(m)$  は質量関数に依存する定数、関数

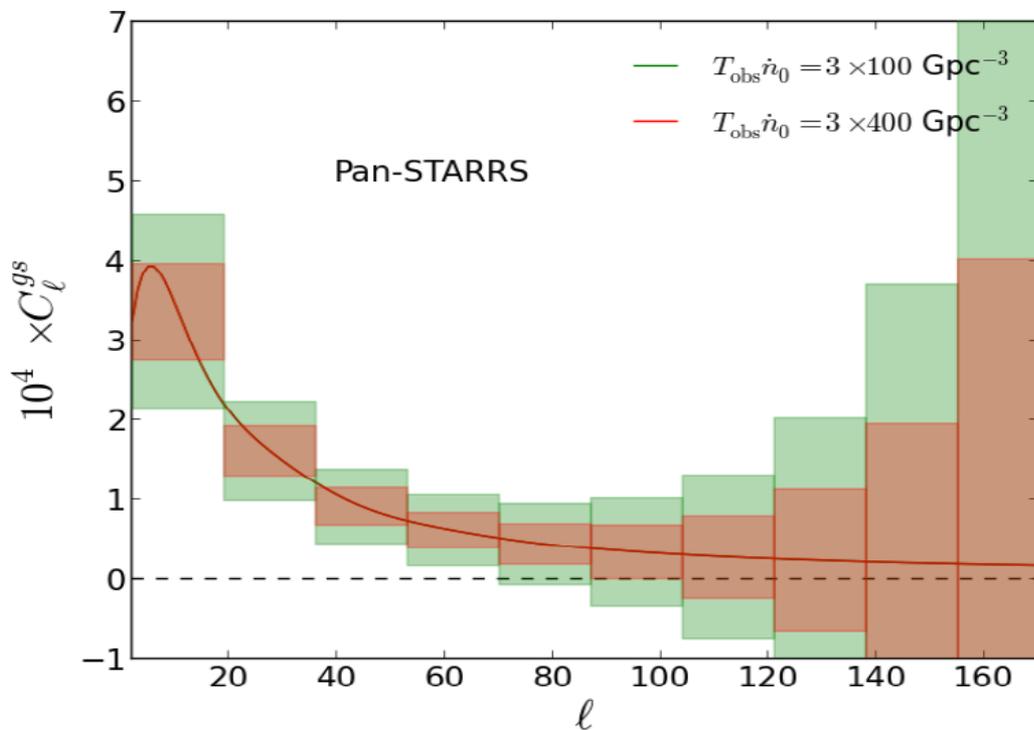
$$-(m_1 + m_2)^2 \frac{\partial^2}{\partial m_1 \partial m_2} \ln \mathcal{F}(m_1, m_2, t) = \frac{36}{37}$$

観測量である左辺が右辺に一致すれば、PBHシナリオが強く示唆される

# BH連星の空間分布

BH連星は銀河の分布と同期しているか？

PBHの分布と天体起源BHの分布は異なるはず



T.Namikawa, A.Nishizawa, A.Taruya  
1603.08072

将来の重力波観測では、BH分布が一様かクラスターしているかが区別できる

## まとめ

LIGOはPBHを見つけたのかもしれない

PBHシナリオが正しければ、初期宇宙論に対する  
インパクトは非常に大きい

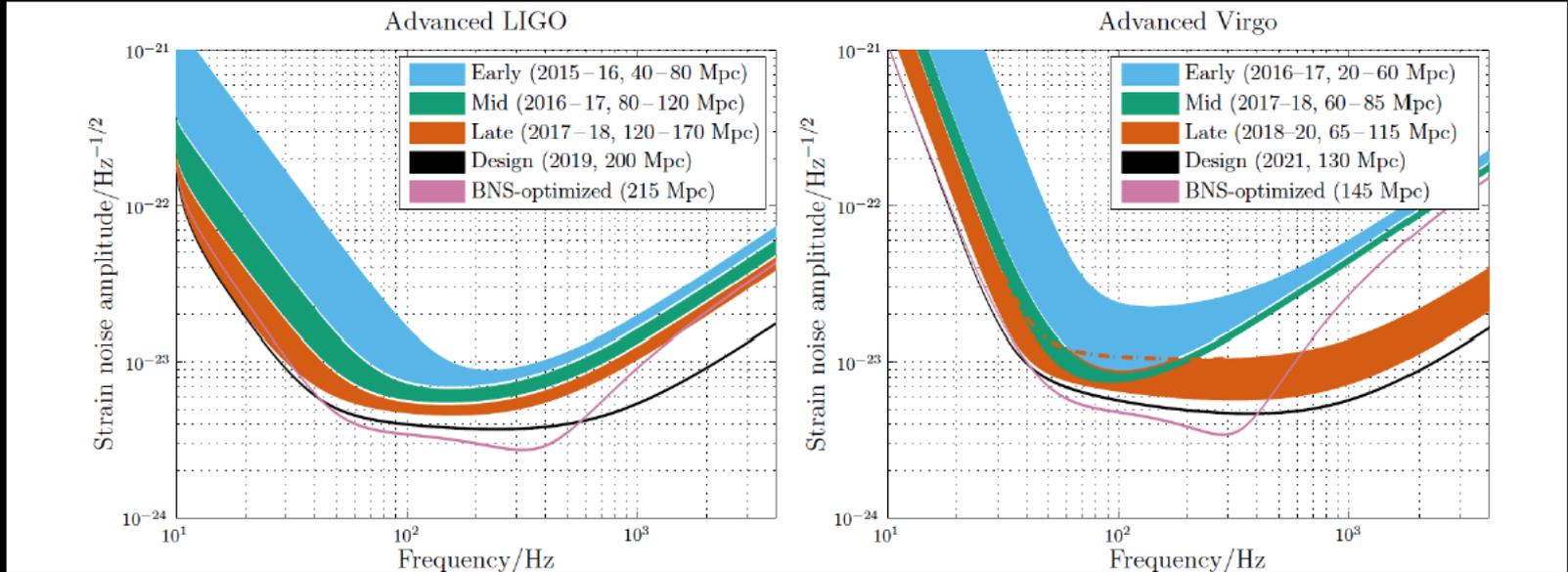
LIGOによる重力波観測は、宇宙論に対する全く新しい  
窓を開いた(PBHダークマターに対する知見も得られた)

今後BH連星がたくさん見つかってくると、PBHシナリオ  
にも決着がつくだろう

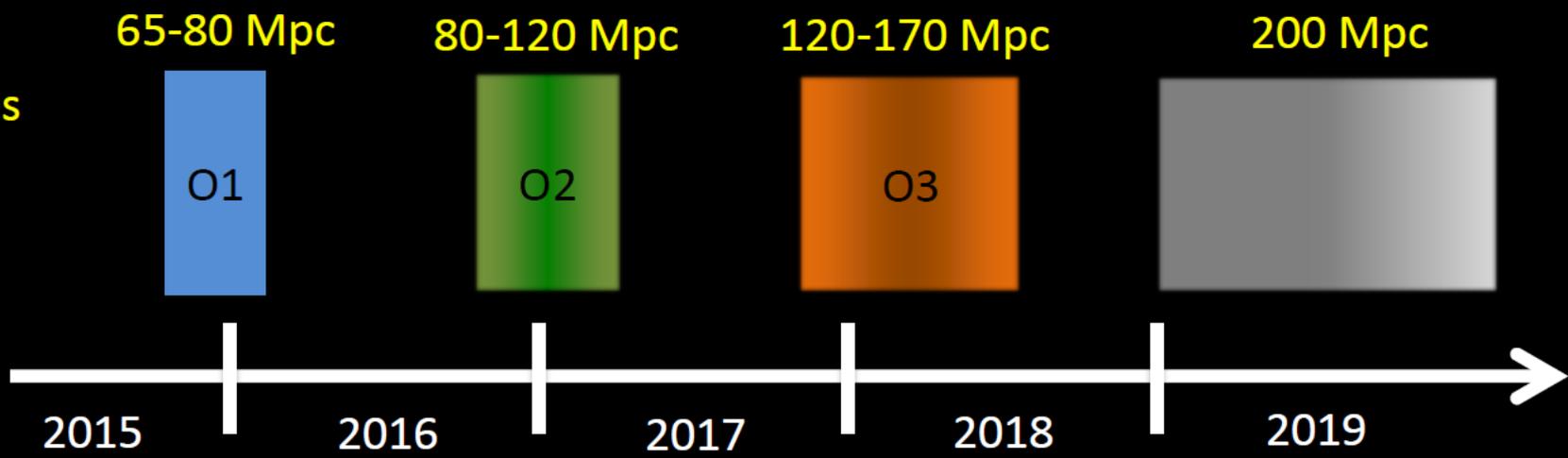


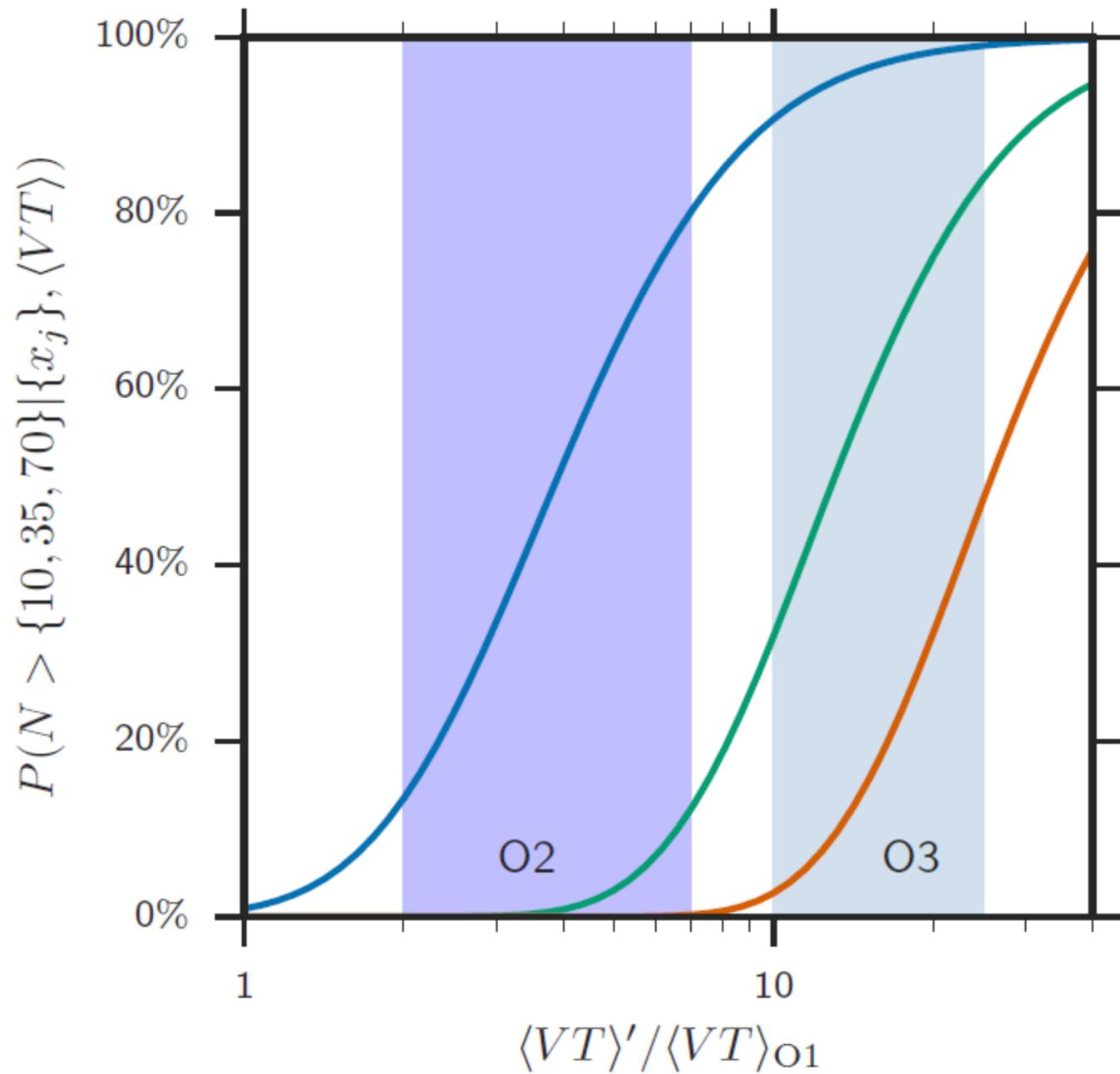
# LIGO-Virgo Observing Plan Overview

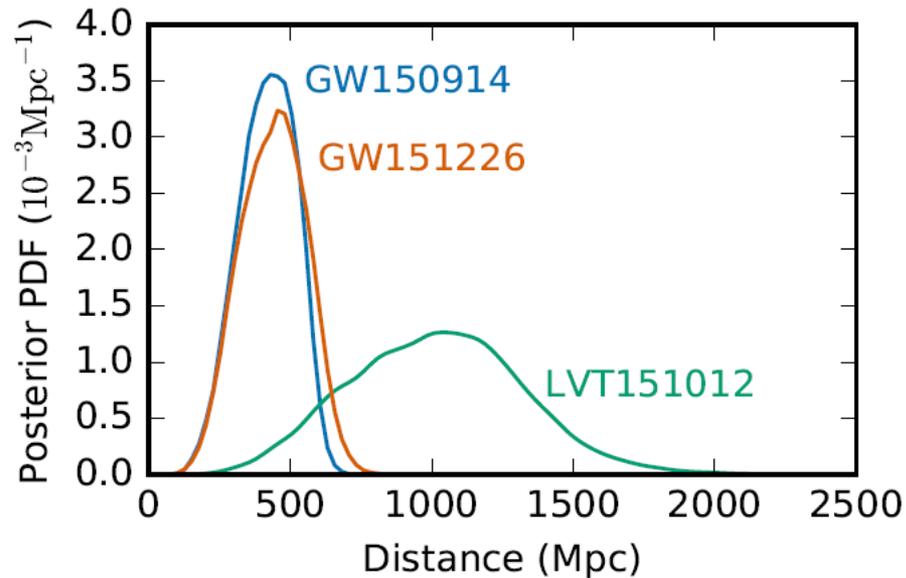
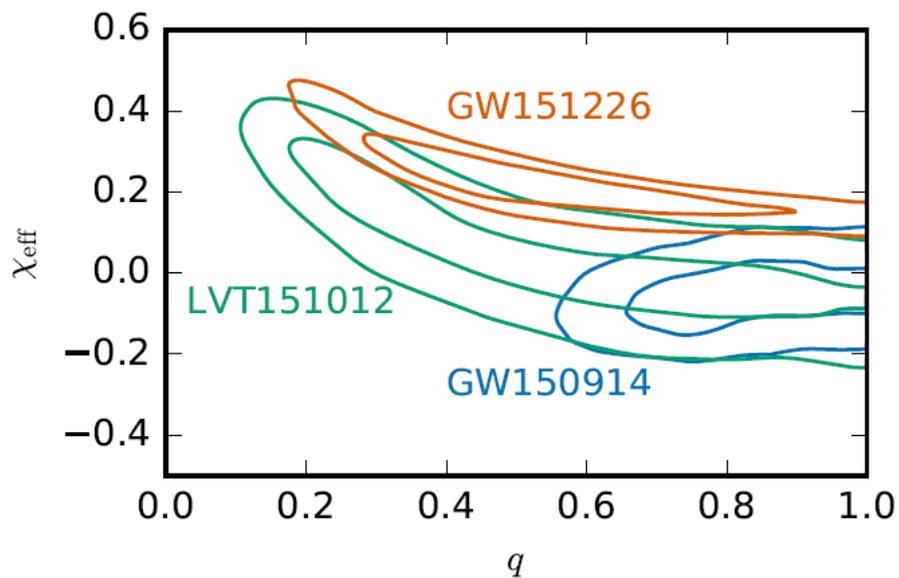
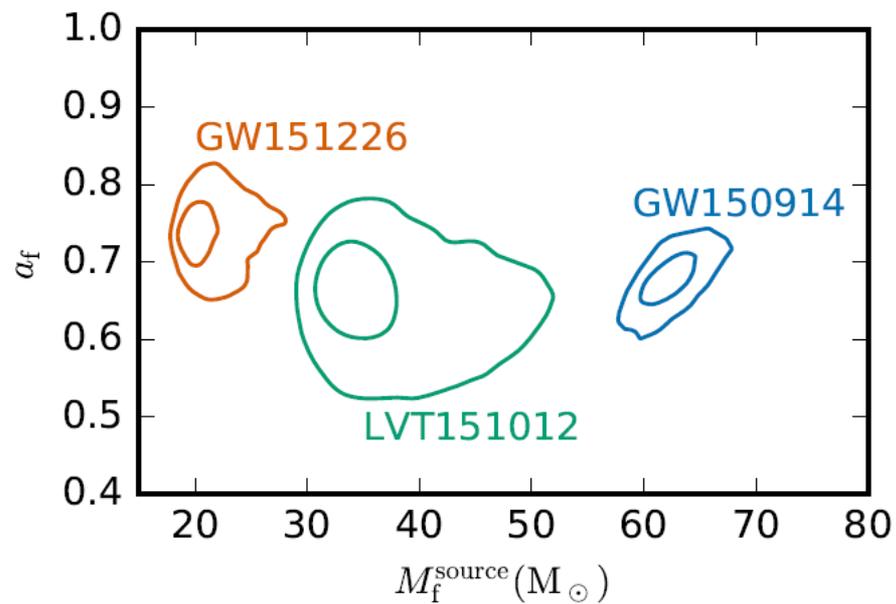
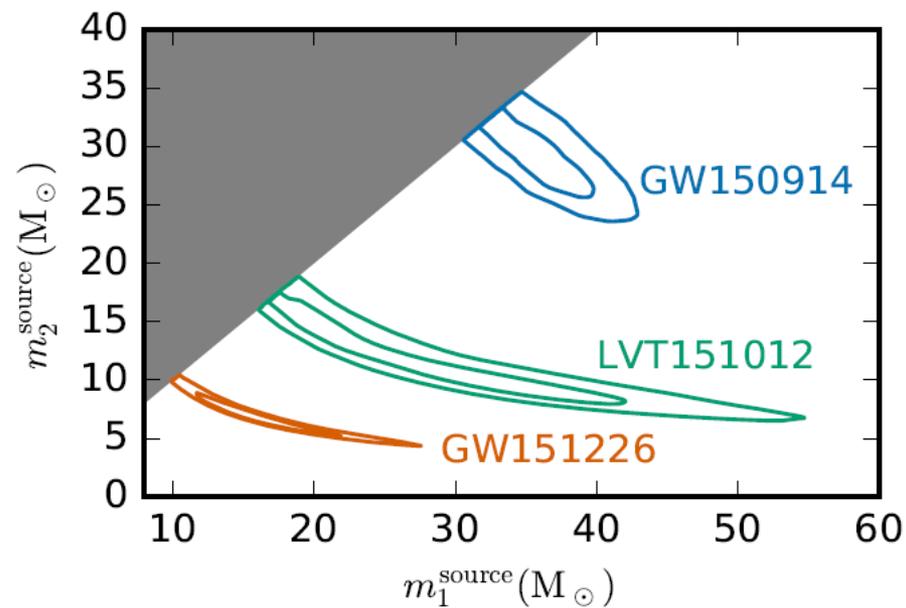
Live Observing document <http://arxiv.org/abs/1304.0670>



Binary  
Neutron  
Star ranges

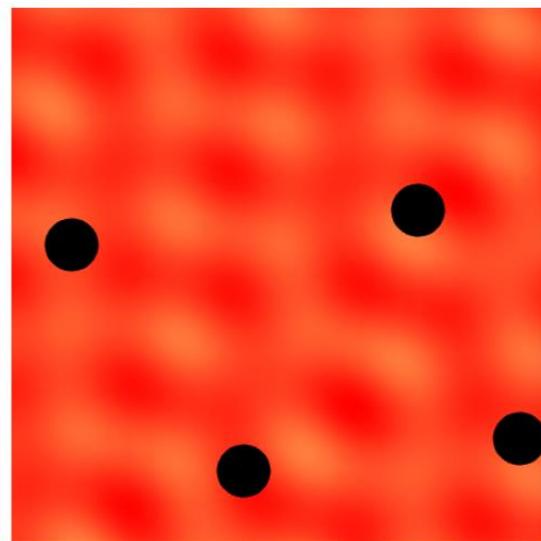
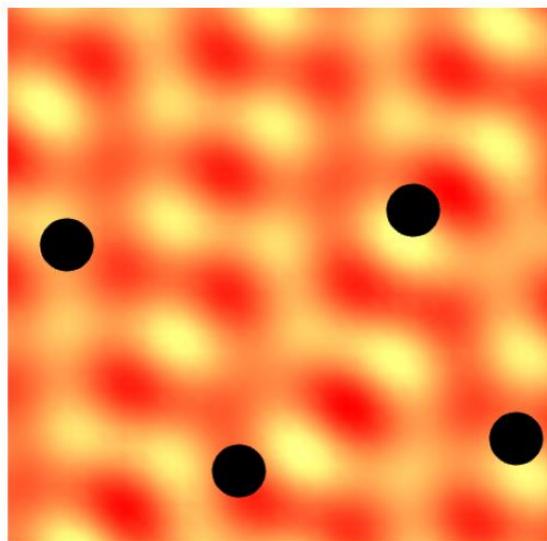
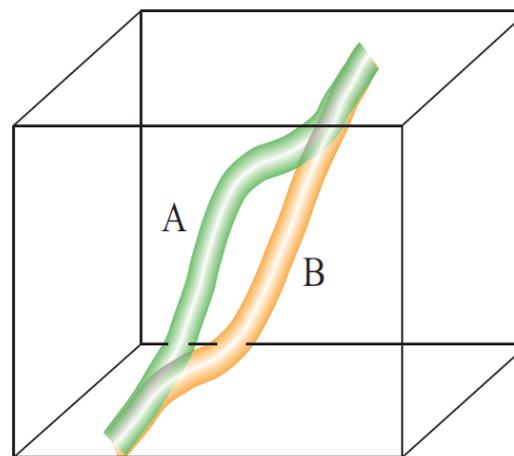
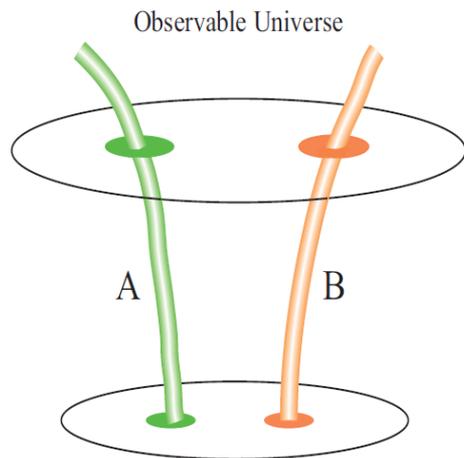






# PBHを予言するインフレーションモデル

T.Nakama, TS, J.Yokoyama 1609.02245



PBHになる領域以外の場所はほぼ一様となるのが特徴

# GW1509014

	EOBNR	IMRPhenom	Overall
Detector-frame total mass $M/M_\odot$	$70.3^{+5.3}_{-4.8}$	$70.9^{+4.0}_{-3.9}$	$70.6^{+4.6\pm 0.5}_{-4.5\pm 1.3}$
Detector-frame chirp mass $\mathcal{M}/M_\odot$	$30.2^{+2.5}_{-1.9}$	$30.6^{+1.8}_{-1.8}$	$30.4^{+2.1\pm 0.2}_{-1.9\pm 0.5}$
Detector-frame primary mass $m_1/M_\odot$	$39.4^{+5.5}_{-4.9}$	$38.5^{+5.6}_{-3.6}$	$38.9^{+5.6\pm 0.6}_{-4.3\pm 0.4}$
Detector-frame secondary mass $m_2/M_\odot$	$30.9^{+4.8}_{-4.4}$	$32.2^{+3.6}_{-4.8}$	$31.6^{+4.2\pm 0.1}_{-4.7\pm 0.9}$
Detector-frame final mass $M_f/M_\odot$	$67.1^{+4.6}_{-4.4}$	$67.6^{+3.6}_{-3.5}$	$67.4^{+4.1\pm 0.4}_{-4.0\pm 1.2}$
Source-frame total mass $M^{\text{source}}/M_\odot$	$65.0^{+5.0}_{-4.4}$	$65.0^{+4.0}_{-3.6}$	$65.0^{+4.5\pm 0.8}_{-4.0\pm 0.7}$
Source-frame chirp mass $\mathcal{M}^{\text{source}}/M_\odot$	$27.9^{+2.3}_{-1.8}$	$28.1^{+1.7}_{-1.6}$	$28.0^{+2.0\pm 0.3}_{-1.7\pm 0.3}$
Source-frame primary mass $m_1^{\text{source}}/M_\odot$	$36.3^{+5.3}_{-4.5}$	$35.3^{+5.2}_{-3.4}$	$35.8^{+5.3\pm 0.9}_{-3.9\pm 0.1}$
Source-frame secondary mass $m_2^{\text{source}}/M_\odot$	$28.6^{+4.4}_{-4.2}$	$29.6^{+3.3}_{-4.3}$	$29.1^{+3.8\pm 0.1}_{-4.3\pm 0.7}$
Source-frame final mass $M_f^{\text{source}}/M_\odot$	$62.0^{+4.4}_{-4.0}$	$62.0^{+3.7}_{-3.3}$	$62.0^{+4.1\pm 0.7}_{-3.7\pm 0.6}$
Mass ratio $q$	$0.79^{+0.18}_{-0.19}$	$0.84^{+0.14}_{-0.20}$	$0.82^{+0.17\pm 0.01}_{-0.20\pm 0.03}$
Effective inspiral spin parameter $\chi_{\text{eff}}$	$-0.09^{+0.19}_{-0.17}$	$-0.05^{+0.13}_{-0.15}$	$-0.07^{+0.16\pm 0.01}_{-0.17\pm 0.05}$
Dimensionless primary spin magnitude $a_1$	$0.32^{+0.45}_{-0.28}$	$0.32^{+0.53}_{-0.29}$	$0.32^{+0.49\pm 0.06}_{-0.29\pm 0.01}$
Dimensionless secondary spin magnitude $a_2$	$0.57^{+0.40}_{-0.51}$	$0.34^{+0.54}_{-0.31}$	$0.44^{+0.50\pm 0.08}_{-0.40\pm 0.02}$
Final spin $a_f$	$0.67^{+0.06}_{-0.08}$	$0.66^{+0.04}_{-0.06}$	$0.67^{+0.05\pm 0.01}_{-0.07\pm 0.02}$
Luminosity distance $D_L/\text{Mpc}$	$390^{+170}_{-180}$	$440^{+150}_{-180}$	$410^{+160\pm 20}_{-180\pm 40}$
Source redshift $z$	$0.083^{+0.033}_{-0.036}$	$0.093^{+0.029}_{-0.036}$	$0.088^{+0.032\pm 0.005}_{-0.037\pm 0.008}$
Upper bound on primary spin magnitude $a_1$	0.65	0.74	$0.69 \pm 0.08$
Upper bound on secondary spin magnitude $a_2$	0.93	0.78	$0.89 \pm 0.13$
Lower bound on mass ratio $q$	0.64	0.68	$0.66 \pm 0.03$
Log Bayes factor $\ln \mathcal{B}_{s/n}$	$288.7 \pm 0.2$	$290.3 \pm 0.1$	...